

Anatol Jaworek, Andrzej Krupa, Kazimierz Adamiak

## Obliczanie sprawności osadzania cząstek pyłu na naelektryzowanym kolektorze kulistym

Jedną z mokrych metod oczyszczania gazów z zanieczyszczeń cząstkami pyłu jest skrubowanie [1,2], które polega na przepłukiwaniu gazu za pomocą strugi kropeł. Jednym ze sposobów zwiększenia efektywności usuwania cząstek pyłu, zwłaszcza o rozmiarach mikrometrowych i submikronowych, jest elektryzowanie kropli skrubującej i cząstek pyłu ładunkami o przeciwnych znakach. Wprowadzenie w procesie skrubowania oddziaływań elektrostatycznych powoduje, że osadzanie cząstek pyłu na kolektorze następuje głównie pod wpływem sił elektrycznych, które mają dominujące znaczenie w stosunku do siły bezwładności. Dzięki temu nie są wymagane duże nakłady energii do nadania cząstkom pyłu lub kroplom skrubującej cieczy dużych prędkości. Sprawność osadzania w skrubarach elektrostatycznych może być dużo większa od jedności.

Metoda skrubowania za pomocą naelektryzowanego aerolu została opatentowana przez Penney'a w 1944 roku [3]. Od tego czasu powstało wiele prac teoretycznych, w których przedstawiono różne modele trajektorii cząstek pyłu osadzanych na naelektryzowanym kolektorze kulistym (kropli cieczy) i na tej podstawie wyznaczano sprawność osadzania cząstek. Analiza teoretyczna procesu osadzania cząstek pyłu na naelektryzowanej kropli cieczy w rzeczywistych warunkach skrubarów elektrostatycznych jest problemem złożonym, ponieważ:

- cząstki pyłu nie mają jednakowej wielkości, lecz charakteryzują się rozkładami statystycznymi, których postać analityczna na ogół nie jest znana,
- skrubujące krople cieczy, w rzeczywistych warunkach technicznych, również nie są jednakowe, a ich wielkość może być kontrolowana tylko w warunkach laboratoryjnych,
- względne prędkości kropli cieczy i pyłu zmieniają się w czasie skrubowania z powodu swobodnego spadku kropeł i ich unoszenia przez gaz,
- ładunek kolektora zmniejsza się wskutek osadzania cząstek pyłu naelektryzowanego ładunkiem o przeciwnym znaku,
- krople cieczy odparowują, a powstała para kondensuje na cząstkach pyłu zmieniając ich wielkość,
- na rozkład pola elektrycznego wokół kolektora mają wpływ pozostałe krople i cząstki pyłu oraz ściany komory skrubowania.

Z tych powodów proponowane modele opierają się zwykle na wielu założeniach upraszczających. Trajektorie cząstek i obliczenia sprawności osadzania wyznaczane są najczęściej dla pojedynczej kropli cieczy spoczywającej lub poruszającej się w środowisku pyłu monodispersyjnego.

Pierwszą pracą teoretyczną na temat modelowania procesu osadzania cząstek pyłu na naelektryzowanych kroplach cieczy była praca Kraemera i Johnstona [4]. Autorzy ci wprowadzili pojęcie sprawności osadzania cząstek pyłu (*collection efficiency*), określonej jako stosunek powierzchni przekroju poprzecznego cylindra ( $S$ ) zaczynającego się w nieskończoności, z którego wypływają cząstki pyłu poruszające się w kierunku kolektora, do powierzchni przekroju kolektora wzdłuż średnicy kuli ( $S_s$ ). Ponadto ustalono, że dla liczb Stokesa mniejszych od 0,1 sprawność osadzania cząstek wynosi:

$$\eta = 4 Kc \quad (1)$$

W modelu ruchu cząstek pyłu przyjęto, że cząstki pyłu nie mają masy i poruszają się pod wpływem sił lepkości i sił elektrycznych. Model ten był dwuwymiarowy.

Wykaz innych najważniejszych prac teoretycznych, w których przedstawiono modele trajektorii cząstek pyłu w skrubarach elektrostatycznych zestawiono w tabeli 1.

Model teoretyczny przedstawiony w niniejszej pracy umożliwia wyznaczenie trajektorii cząstek pyłu w pobliżu naelektryzowanego kolektora kulistego oraz obliczenie średniej wartości sprawności osadzania dla pojedynczej kropli cieczy. W odróżnieniu od większości modeli prezentowanych w literaturze, w których zakłada się symetrię osiową i spoczywający kolektor, równania prezentowane w tej pracy umożliwiają wyznaczenie trajektorii w trzech wymiarach, względem swobodnie spadającej kropli cieczy. Sformułowano też nową definicję całkowitej sprawności osadzania, uogólniającą definicję Kraemera i Johnstona [4].

### Równanie trajektorii cząstki pyłu w pobliżu naelektryzowanego kolektora

Przedstawiono trójwymiarowy model teoretyczny i symulację trajektorii ruchu pojedynczej cząstki pyłu unoszonej przez strumień gazu, w pobliżu swobodnie opadającego naelektryzowanego kulistego kolektora (kropli cieczy). W równaniach ruchu uwzględniono siłę lepkości, siłę bezwładności, siłę grawitacyjną oraz siły przyciągania elektrostatycznego. Na podstawie trajektorii ruchu cząstek pyłu wyznaczono całkowitą sprawność osadzania cząstek. W obliczeniach uwzględniono zmianę względnej prędkości swobodnie spadającej kropli i przepływającego pyłu. Przyjęty model bliższy jest sytuacji rzeczywistej w warunkach skrubarów elektrostatycznych, w porównaniu z innymi modelami (tab.1), w których przeważnie rozpatruje się ruch cząstek pyłu w dwóch wymiarach oraz zakłada, że kolektor znajduje się w spoczynku.

Tabela 1. Modelowanie osadzania cząstek pyłu na naelektryzowanym kolektorze kulistym

| Autorzy                         | Liczba wymiarów | Kolektor                                 | Siły działające na cząstkę                                                                   | Model przepływu                                          |
|---------------------------------|-----------------|------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| Kraemer, Johnstone, 1955 [4]    | 2               | nieruchomy                               | lepkości, Coulomba, obrazowe                                                                 | potencjalny/lepki                                        |
| Nielsen, Hill, 1974 [5,6]       | 2               | nieruchomy                               | lepkości, Coulomba, obrazowe, bezwładności, grawitacyjne, od zewnętrznego pola elektrycznego | potencjalny/lepki                                        |
| Beizale, Tien, 1980 [7]         | 3               | nieruchomy                               | lepkości, Coulomba, obrazowe                                                                 | potencjalny/lepki                                        |
| Wang, Stukel, Leong, 1985 [8,9] | 2               | opadający swobodnie + unoszony przez gaz | lepkości, Coulomba, bezwładności, grawitacyjne                                               | potencjalny/lepki                                        |
| Dau, 1987 [10,11]               | 2               | nieruchomy                               | lepkości, Coulomba, bezwładności                                                             | Navier-Stokesa (punkty dyskretne + aproksymacja liniowa) |
| Schmidt, Löffler, 1992 [12]     | 3               | nieruchomy                               | lepkości, Coulomba, bezwładności                                                             | Navier-Stokesa                                           |
| Jaworek, 1994 [13,14]           | 3               | opadający swobodnie + unoszony przez gaz | lepkości, Coulomba, bezwładności                                                             | potencjalny/lepki                                        |

W obliczeniach pominięte zostały siły obrazowe i polaryzujący wpływ zewnętrznego pola elektrycznego na osadzanie cząstek pyłu oraz termo- i dyfuzjoforeza. Ponadto założono, że cząstki pyłu są kuliste, ruch cząstki pyłu nie zaburza pola przepływu wokół kolektora, a zderzenia nie zmieniają pędu kolektora. Założono też, że kropla cieczy nie deformuje się i zachowuje kształt kulisty.

Ruch pojedynczej cząstki pyłu w pobliżu naelektryzowanego kolektora o ładunku  $Q_c$  opisany jest równaniem wektorowym:

$$m_p \frac{dw}{dt} = \frac{C_d Re_p}{24} F_s + F_g + F_e \quad (2)$$

w którym:

$m_p$  – masa cząstki pyłu,

$w$  – prędkość cząstki,

$F_s$  – siła Stokesa,

$F_g$  – siła grawitacji działająca na cząstkę pyłu,

$F_e$  – siła elektrostatyczna między cząstką pyłu i kolektorem,

$C_d$  – współczynnik oporu.

Założono, że jedyną siłą elektrostatyczną działającą między cząstką pyłu a naelektryzowanym kolektorem jest siła Coulomba przyciągania dwóch ładunków punktowych:

$$F_e = \frac{Q_c Q_p}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \quad (3)$$

gdzie:

$Q_c, Q_p$  – ładunki kolektora i cząstki pyłu,

$r$  – odległość między środkami cząstki pyłu i kolektora,

$\epsilon_0$  – przenikalność elektryczna próżni.

Siła Stokesa działająca na cząstkę pyłu wyraża się zależnością:

$$F_s = 6 \pi \eta_g R_p (u - w)/C_c \quad (4)$$

gdzie:

$R_p$  – promień cząstki pyłu,

$\eta_g$  – lepkość gazu,

$C_c$  – współczynnik korekcyjny Cunninghama [15].

W formie bezwymiarowej równanie (2) ma postać:

$$\frac{d^2 \bar{r}}{d\bar{t}^2} = \frac{1}{St} \frac{C_d Re_p}{24} \left( \bar{u} - \frac{d\bar{r}}{d\bar{t}} \right) + G + \frac{Kc \bar{r}}{St \bar{r}^3} \quad (5)$$

przy czym  $t = t_0/R_c$  jest bezwymiarowym czasem, natomiast zmienne geometryczne znormalizowane zostały względem promienia kolektora  $R_c$ . Ponadto wprowadzono bezwymiaro-

wą siłę przyciągania kulombowskiego pomiędzy ładunkiem kolektora i ładunkiem cząstki (liczba Coulomba):

$$Kc = \frac{C_c Q_p Q_c}{24 \pi^2 \eta_g u_0 \epsilon_0 R_c^2 R_p} \quad (6)$$

oraz liczbę Stokesa:

$$St = \frac{2 C_c R_p^2 \rho_p u_0}{9 \eta_g R_c} \quad (7)$$

a także bezwymiarowe przyspieszenie grawitacyjne dla cząstki pyłu:

$$G = g \frac{R_p}{u_0^2} \quad (8)$$

gdzie:

$\rho_p$  – gęstość cząstki,

$u_0$  – prędkość gazu w obszarze swobodnym.

Przyjęto, że pole prędkości wokół kuli poruszającej się w przepływającym gazie dane jest układem równań Oseena dla sferycznego układu współrzędnych  $r, \theta$  [16]:

$$\bar{u}_r = \frac{d\bar{r}}{d\bar{t}} = \frac{1}{\bar{r}^2 \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \quad (9)$$

$$\bar{u}_\theta = \bar{r} \frac{d\theta}{d\bar{t}} = - \frac{1}{\bar{r} \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (10)$$

przy czym do opisu funkcji prądu przyjęto zależność Hadmarda-Rybczyńskiego [17]:

$$\Psi = - \frac{\bar{v}_c}{2} \bar{r}^2 \left( 1 - \frac{1}{2\bar{r}} \frac{2+3\kappa}{1+\kappa} \frac{1}{2\bar{r}^3} \frac{\kappa}{1+\kappa} \right) \sin^2 \theta \quad (11)$$

gdzie:

$\kappa = \mu_p/\mu_g$ ,

$v_c$  – bezwymiarowa względna prędkość kolektora i gazu.

W modelu uwzględniono także następujący ruch kolektora: spadek swobodny i unoszenie przez gaz, przyjmując, że składowe prędkości kolektora, tj. pionowa (w kierunku osi  $y$ ) i pozioma (w kierunku osi  $x$ ) w kierunku ruchu pyłu z uwzględnieniem unoszenia kropli przez przepływający gaz, dane są układem równań [18]:

$$\frac{d\bar{v}_x}{d\bar{t}} = 1 - \frac{3}{8} \frac{\rho_g}{\rho_c} \bar{v}_c \bar{v}_x c_x \quad (12)$$

$$\frac{d\bar{v}_y}{d\bar{t}} = g \frac{R_c}{u_0^2} - \frac{3}{8} \frac{\rho_g}{\rho_c} \bar{v}_c \bar{v}_y c_y \quad (13)$$

$$\bar{v}_c = (\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2)^{1/2} \quad (14)$$

w których  $c_x$  jest współczynnikiem oporu ruchu, zależnym od liczby Reynoldsa dla kolektora:

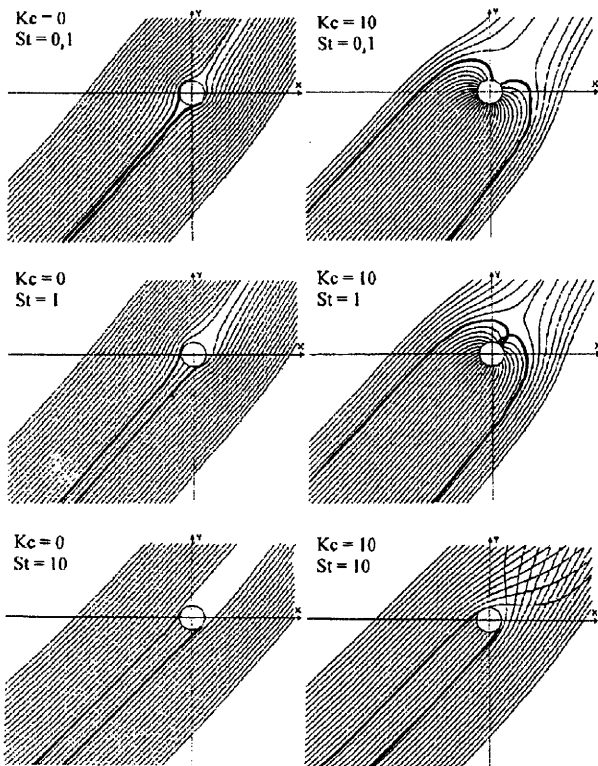
$$Re_c = \frac{2 \rho_g v_c R_c}{\eta_g} \quad (15)$$

Dla liczb Reynoldsa  $Re_c \leq 10^5$  wartość  $c_x$  dana jest równaniem Kaskasa [18]:

$$c_x = 24 Re_c^{-1} + 4 Re_c^{-1/2} + 0,4 \quad (16)$$

Układy równań (5) oraz (12) i (13) rozwiązano numerycznie stosując metodę Rungego-Kutta czwartego rzędu, przyjmując następujące warunki początkowe dla  $t=0$ :  $x=x_0$ ,  $y=y_0$ ,  $z=z_0$ ,  $w_x=u_0$ ,  $w_y=0$ ,  $w_z=0$  dla cząstki pyłu oraz  $v_x=0$ ,  $v_y=v_{y0}$ ,  $v_z=0$  dla kolektora. Punkt  $(x_0, y_0, z_0)$  jest punktem początkowym trajektorii. W obliczeniach wykorzystano procedurę obliczeniową napisaną w języku Turbo Pascal zamieszczoną w pracy [19].

Przykładowe trajektorie cząstek pyłu w pobliżu naelektryzowanego kolektora kulistego przedstawione zostały na rysunku 1 dla różnych początkowych wartości liczb Stokesa i Coulomba. Założono, że kolektor spada swobodnie z prędkością początkową  $v_{c0}$  i jest unoszony przez gaz. Trajektorie z rysunku 1 obliczone zostały dla warunków początkowych  $x(t=0) = -100R$  i  $z(t=0) = 0$ . Liniami pogrubionymi zaznaczono trajektorie graniczne.



Rys. 1. Trajektorie cząstek pyłu w pobliżu kulistego kolektora (kolektor opadający i unoszony przez gaz,  $x(t=0) = -100R_c$  i  $z(t=0) = 0$ ; liniami pogrubionymi zaznaczono trajektorie graniczne)

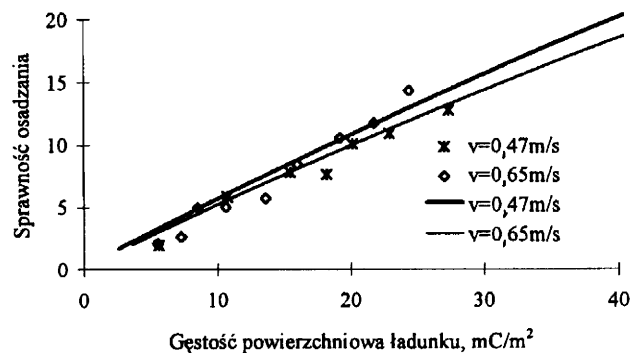
## Sprawność osadzania

Wprowadzono nową definicję sprawności osadzania, odmienną od definicji Kraemera i Johnstona [4], zgodnie z którą sprawność osadzania oblicza się ze stosunku objętości obszaru  $V_p$ , w którym znajdują się cząstki pyłu zderzające się z kolektorem, do geometrycznej objętości  $V_s$  zakreślonej przez poruszający się kolektor:

$$Ef = V_p/V_s \quad (17)$$

Definicja Kraemera-Johnstona jest szczególnym przypadkiem definicji (17) dla nieruchomego kolektora. Całkowitą sprawność osadzania cząstek pyłu na kolektorze obliczono na podstawie trajektorii ruchu cząstki względem swobodnie opadającego kulistego kolektora. W odróżnieniu od wcześniejszych teorii, najczęściej zakładających symetrię osiową i kolektor znajdujący się w spoczynku, w obliczeniach sprawności osadzania uwzględniono ruch cząstki pyłu w trzech wymiarach względem swobodnie spadającego kolektora.

Przykładowe wykresy sprawności osadzania przedstawiono na rysunku 2 razem z wynikami pomiarów. Pomiary sprawności osadzania przeprowadzono dla cząstek pyłu (tlenek magnezu) o średnim promieniu  $3 \mu m$  i kropli skrubujących o promieniu od  $600 \mu m$  do  $2,6 mm$ , naelektryzowanych ładunkiem dochodzącym do  $200 pC$ .



Rys. 2. Sprawność osadzania dla pojedynczej kropli cieczy w zależności od gęstości powierzchniowej ładunku na kolektorze (linie oznaczają wyniki obliczeń)

Wartość sprawności osadzania określono na podstawie pomiarów ubytku ładunku kropli opadającej swobodnie w kanale, prostopadle do kierunku przepływu gazu transportującego naelektryzowany pył.

W przeprowadzonym eksperymencie, opisanym w pracy [20], krople skrubujące były wytwarzane i elektryzowane elektrohydrodynamicznie [21,22]. Pył elektryzowano w gazie zjonizowanym w przemiennym polu elektrycznym [23,24]. Zastosowany elektryzator pyłu jest rozwiązaniem oryginalnym, pozwalającym na naelektryzowanie cząstek pyłu do wartości granicznej określonej zależnością Pautheniera.

## Podsumowanie

Z przeprowadzonych badań i obliczeń wynika, że możliwy jest kilkukrotny wzrost sprawności osadzania pyłu, w porównaniu z konwencjonalnym skrubowaniem inercyjnym. Teoretyczna sprawność osadzania dla kropli cieczy o promieniu  $< 0,6 mm$  i cząstek pyłu o średnim promieniu  $3 \mu m$  przekraczała wartość 20, przy czym sprawność ta wzrastała dla mniejszych prędkości początkowych kropli skrubujących. Z przeprowadzonej analizy wynika też, że korzystne były małe prędkości gazu transportującego pył. Dla większych prędkości gazu ( $> 2 m/s$ ) sprawność osadzania zaczynała się znacznie zmniejszać.

Przekrój czynny pojedynczego kolektora (obszar odpylania), dla cząstek pyłu i kropli cieczy skrubującej naelektryzowanych ładunkami o przeciwnym znaku, był znacznie szerszy niż przy wykorzystaniu sił inercyjnych. Wielkość

przekroju czynnego rosta wraz ze wzrostem gęstości powierzchniowej ładunku na kropki skrubującej i ładunku nanieśionego na cząstki pyłu. Sprawność osadzania elektrostatycznego rosta wraz ze zmniejszaniem się wielkości kropli cieczy. Ponadto opadanie małych kropli skrubujących było wolniejsze, a wyrównanie prędkości między kroplą a strugą gazu następowało szybciej, co sprzyjało wzrostowi sprawności osadzania. Skrubowanie za pomocą naelektryzowanych kropli cieczy należy do najbardziej efektywnych metod usuwania cząstek pyłu z gazów odlotowych, w zakresie ich wielkości od 0,01 do 10  $\mu\text{m}$ .

## LITERATURA

1. J. WARYCH: Oczyszczanie przemysłowych gazów odlotowych. WNT, Warszawa 1988.
2. J. WARYCH: Odpylanie gazów metodami mokrymi. WNT, Warszawa 1979.
3. G. W. PENNEY: Electrified liquid spray dust-precipitators. US Patent No. 2,357,354, 1944.
4. H. F. KRAEMER, H. F. JOHNSTONE: Collection of aerosol particles in the presence of electrostatic fields. Ind. Eng. Chem., 1955, 47, No. 12, 2426–34.
5. K. A. NIELSEN, J. C. HILL: Collection of inertialess particles on spheres with electrical forces. Ind. Eng. Chem. Fundam., 1976, 15, No. 3, 149–57.
6. K. A. NIELSEN, J. C. HILL: Capture of particles on spheres by inertial and electrical forces. Ind. Eng. Chem. Fundam., 1976, 15, No. 3, 157–63.
7. M. BEIZAIE, C. TIEN: Particle deposition on a single spherical collector. A three-dimensional trajectory calculation. Can. J. Chem. Eng., 1980, 58, No. 2, 12–24.
8. H. C. WANG, J. J. STUKEL, K. H. LEONG: Charged particle collection by inertial and electrostatic forces. Aerosol Sci. Techn., 1985, 5, No. 4, 409–21.
9. H. C. WANG, J. J. STUKEL, K. H. LEONG: Particle deposition on spheres by inertial and electrostatic forces. Aerosol Sci. Techn., 1985, 5, No. 4, 391–408.
10. G. DAU: Rear surface deposition of fine particles on spheres – eddy deposition or electrostatic effects? Chem. Eng. Technol., 1987, 10, 330–7.
11. G. DAU, F. EBERT: Determination of aerosol deposition on the front and wake side of spheres by gas-chromatography. Journal Aerosol Sci., 1987, 18, No. 2, 147–57.
12. M. SCHMIDT, F. LÖFFLER: Calculation of particle deposition on charged droplets. Proc. 2nd European Symp. on Separation of Particles from Gases, Nürnberg 1992, Germany.
13. A. JAWOREK: Modelowanie ruchu cząstek pyłu w pobliżu naelektryzowanego kolektora kulistego w skrubowaniu elektrostatycznym. Prace IMP PAN, 1994, 97, 77–92.
14. A. JAWOREK: Limiting trajectories of dust particles approaching a charged spherical collector. Prace IMP PAN, 1995, 99, 113–23.
15. E. CUNNINGHAM: On the velocity of steady fall of spherical particles through fluid medium. Proc. Royal Soc., 1910, 83A, 357–65.
16. C. OSEEN: Neuere Methoden und Ergebnisse in der Hydrodynamik. Leipzig 1927.
17. W. RYBCZYŃSKI: Über die fortschreitende Bewegung einer flüssigen Kugel in einem zähen Medium. Anzeig. Akad. Krakau, 1911, 40–7.
18. Z. ORZECOWSKI, J. PRYWER: Rozpylanie cieczy. WNT, Warszawa 1991.
19. A. MARCINIAK, D. GREGULEC, J. KACZMAREK: Basic numerical procedures in turbo pascal for your PC. Nakom, Poznań 1991.
20. A. JAWOREK, A. KRUPA: Usuwanie cząstek pyłu za pomocą naelektryzowanych kropli cieczy. Mat. I symp. „Ograniczanie emisji zanieczyszczeń do atmosfery – POL-EMIS '92”, PZITS, PWR, Szklarska Poręba 1992.
21. A. JAWOREK, A. KRUPA: Morphological studies of electrodynamic spraying of water. Prace IMP PAN, 1992, 94, 155–72.
22. A. JAWOREK, A. KRUPA: Wytwarzanie naelektryzowanego aerozolu metodą elektro-dynamiczną. Inż. Chem. Proc., 1994, 15, No. 1, 101–13.
23. A. JAWOREK, A. KRUPA: Airborne particle charging by unipolar ions in AC electric field. Journal Electrostatics, 1989, 23, 361–70.
24. K. ADAMIAK, A. KRUPA, A. JAWOREK: Unipolar particle charging in an alternating electric field. Inst. Phys. Conf. Ser., No. 143, 275–8.

## Calculating the Efficiency of Particulate Deposition on a Charged Spherical Collector

*The theoretical model presented in this paper describes the trajectories of the dust particles in the vicinity of a charged spherical collector, and enables calculation of the deposition efficiency value. Unlike the models reported in literature (which assume an axial symmetry of the problem and a fixed collector), the equations proposed here make it possible to determine 3D trajectories for a freely falling droplet. A new definition of the term 'deposition efficiency' is proposed. The adopted 3D model describes the trajectory of a single dust particle entrained by the gas flux in the vicinity of a freely falling charged spherical collector (droplet). The equation of motion incorporates Stokes', inertial and electrostatic forces. The calculations included the following parameters – the free fall of the collector and variations in the relative velocities of the collector and dust particle. Deposition efficiency was established from the trajectories of the dust particles. For the purpose of calculations the following assumptions were made: The particle is spherical in shape; the*

*travelling particle does not disturb the velocity field around the collector; the collecting droplet does not deform during free fall and remains spherical. Calculated and measured results showed that (1) precipitation space and deposition efficiency depended primarily on the Stokes number (which is a function of the gas/collector relative velocity) and on the Coulomb number (which is a function of collector charge and dust particle charge), (2) efficiency of deposition on a droplet with a radius smaller than 0.6 mm and for a dust particle with an average radius of 3  $\mu\text{m}$  might exceed 20; (3) fall velocity was slower for smaller scrubbing droplets which took up the velocity of the gas stream at a faster rate, thus increasing the efficiency of collection, and (4) electrostatic forces dominated over the inertial force in the deposition of dust particles on a moving spherical collector, thus decreasing markedly the energy required for a dust particle and a spherical collector to attain high relative velocities.*