

Zbigniew Siwoń
Janusz Stanisławski

STOCHASTYCZNE PROGNOZOWANIE CHWILOWYCH POBORÓW WODY

W hydraulicznej analizie i modelowaniu systemów zaopatrzenia w wodę miast i regionów wiejskich, zużycie oraz przewidywany pobór wody są parametrami najbardziej zmiennymi i niepewnymi. Stanowią one dane wyjściowe do badań symulacyjnych, których celem jest wszechstronna analiza działania systemu wodociągowego dla potrzeb eksploatacji lub projektowania jego rozbudowy. Rezultaty owych symulacji są również wykorzystywane w optymalnym sterowaniu szeroko pojętymi procesami zaopatrzenia w wodę, bowiem umożliwiają wybór optymalnej strategii eksploatacji systemu wodociągowego, ustalanej i aktualizowanej w większości wypadków odrębnie dla każdej doby (horyzont optymalizacji). Układy komputerowo wspomaganego optymalnego sterowania i kontroli procesów zaopatrzenia w wodę są szeroko stosowane w krajach europejskich od końca lat sześćdziesiątych, kiedy to nastąpiło powszechne wykorzystanie mikroprocesorów.

Umożliwiają one optymalizację procesów przesyłu i dystrybucji wody oraz rozdziału dyspozycyjnych zasobów wody, a także wypracowywanie optymalnych poleceń operacyjnych przy kierowaniu produkcją wody, w tym wydajnością ujęć wody. O praktycznej dokładności rozwiązań zadań sterowania i optymalizacji decyduje najsłabsze ich ogniwo, którym są obecnie

bieżące prognozy poboru wody przez jej konsumentów. Jest swoistym paradoksem, że dokładność wynikających z analiz symulacyjnych rozwiązań zadań optymalnego sterowania, bywa zazwyczaj znacznie wyższa od uzasadnionej dokładności prognoz poboru wody, co pozostaje w sprzeczności z zasadami analiz wg teorii systemów [2]. Miejsce owych prognoz w przykładowym ogólnym algorytmie optymalnego sterowania procesem dystrybucji wody pokazano na rysunku 1.

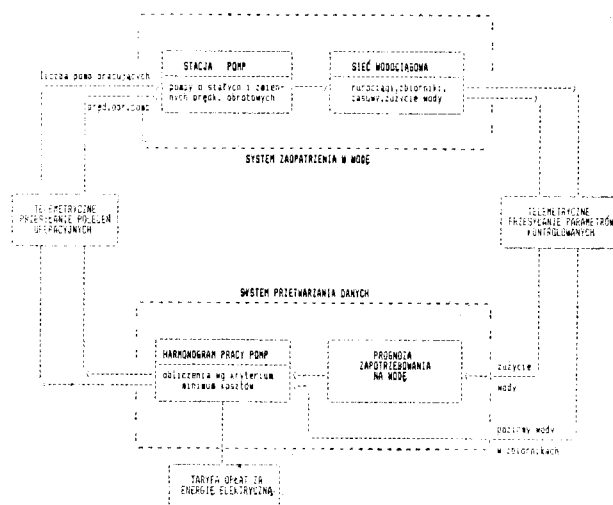
Modele prognostyczne są wykorzystywane prawie natychmiast w algorytmach symulacji i wyznaczania optymalnej strategii sterowania, muszą zatem umożliwiać szybkie uzyskiwanie odpowiednio dokładnych prognoz, na podstawie możliwie małej liczby łatwo dostępnych predyktorów i parametrów sterujących, powinny być odporne na nie ujmowane przez nie zakończenia danych oraz skonstruowane jako rekursywne, tj. w każdym kroku po napłynięciu nowych obserwacji powinny je uwzględniać i generować nową prognozę [1, 2]. Odpowiednio dobrane i zweryfikowane, są w zalgorytmizowanej postaci wprowadzone do pamięci komputera zarządzającego procesem sterowania.

Proponowane modele procesu poboru wody

Prawidłowości występujące w procesie zużycia wody można w ogólnym ujęciu wyrazić za pomocą trendu wartości średniej, ujawniającego się w dłuższych (wieloletnich) odcinkach czasu oraz cykliczności (okresowości) sezonowej, tygodniowej i dobowej, występującej w chronologicznych ciągach (szeregach czasowych) obserwacji o krótszych przedziałach kwantowania.

Owe prawidłowości (składowe deterministyczne procesy) są zawsze zakłócone przez rozmaite czynniki losowe, których wpływ jest zmienny w czasie i odmienny dla różnych obszarów konsumpcji wody, a także zależny m. in. od wielkości obiektu, poziomu zabezpieczenia niezawodności dostawy wody, stopnia pewności zaspokojenia potrzeb odbiorców oraz przedziału czasu stanowiącego podstawę kwantowania obserwacji [1].

Z powyższych względów wybór klasy i struktury modeli prognostycznych może być dokonany jedynie na podstawie odpowiednio dużej liczby danych o zużyciu wody, uzyskanych z ciągłych pomiarów. Owe dane kwantowane w równych, najczęściej godzinowych przedziałach czasu i uszeregowane chronologicznie tworzą szeregi czasowe. W niniejszej pracy wyko-



Rys. 1 Przykładowy algorytm sterowania dystrybucją wody.

Doc. dr hab. inż. Z. Siwoń: Instytut Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Wrocławskiej, Wybrzeże S. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław.

Dr inż. J. Stanisławski: Instytut Inżynierii Sanitarnej Wyższej Szkoły Inżynierskiej, ul. Podgórna 50, 65-246 Zielona Góra.

rzystano zasady i metody stochastycznego modelowania i prognozowania owych szeregów, szeroko przedstawione w monografii [1].

Modele typu ARIMA

Modele ARIMA [1, 3, 4, 5] obejmują dużą klasę modeli liniowych o różnych właściwościach przy jednolitym zapisie formalnym i identycznych metodach estymacji parametrów. Nie wymagają one określania jakości i istotności wpływu czynników kształtujących zużycie (pobór) wody, bowiem u ich podstaw leży założenie, że bieżące lub przyszłe wartości procesu są wyznaczane jedynie przy pomocy jego przeszłych obserwacji. Sposoby opisu składowej cyklicznej i trendu są zależne od klasy modelu, natomiast wpływ czynników losowych jest ujmowany dzięki założeniu, że przebieg procesu może być symulowany przez spektrum jednakowo prawdopodobnych wartości generowanych wg modelu o parametrach estymowanych z dostatecznie długiego, chronologicznego ciągu obserwacji. Dlatego dla każdego syntezyzowanego przebiegu określa się granice przedziałów ufności prognoz. Wyznaczają one obszar, w którym z określonym prawdopodobieństwem znajdują się przyszłe rzeczywiste wartości procesu, które powinny oscylować wokół wartości generowanych. Omawiane modele są łatwo algorytmowane i nadają się do operacyjnego wykorzystania w bieżącym i krótkoterminowym prognozowaniu, ponieważ ich postać matematyczna umożliwia rekursywne prowadzenie obliczeń (permanენტną weryfikację modelu w miarę napływających informacji).

Sezonowy model ARIMA opisujący niestacjonarny szereg czasowy obserwacji zużycia wody $\{q_t, t=1, 2, \dots, N\}$ ma postać [1—4]:

$$\varphi(B) \Phi(B^s) (w_t - \mu) = b(B) \Theta(B^s) \varepsilon_t, \quad (1)$$

gdzie:

- t — zdyskretyzowany czas, obejmujący przedziały dobowe, godzinowe lub inne,
- B — operator przesunięcia wstecz, zdefiniowany przez: $B q_t = q_{t-1}$, $B^s q_t = q_{t-s}$,
- s — znany okres składowej periodycznej,
- φ, Φ, b, Θ — odpowiednio sezonowy i niesezonowy parametr autoregresji (AR) oraz sezonowy i niesezonowy parametr średniej ruchomej (MA),
- μ — wartość średnia szeregu czasowego $\{q_t, t=1, 2, \dots, N\}$,
- $B=1-\varphi_1 B-\dots-\varphi_p B^p$ — niesezonowy operator autoregresji (AR) rzędu p ,
- $\Phi(B^s)=1-\Phi_1 B^s-\dots-\Phi_P B^{Ps}$ — sezonowy operator autoregresji rzędu P ,
- $b(B)=1-b_1 B-\dots-b_g B^g$ — niesezonowy operator średniej ruchomej (MA) rzędu g ,
- $\Theta(B^s)=1-\Theta_1 B^s-\dots-\Theta_G B^{Gs}$ — sezonowy operator średniej ruchomej (MA) rzędu G ,
- $\varepsilon_t, t=1, 2, \dots, n$ — szereg reszt modelu,
- $w_t, t=1, 2, \dots, n$ — szereg czasowy różnicowanych wartości szeregu $\{q_t, t=1, 2, \dots, N\}$.

W wykorzystanym w niniejszej pracy multiplikatywnym modelu sezonowym, stacjonarność szeregu czasowego $\{q_t\}$ uzyskano przez różni-

cowanie (filtrowanie niskiej częstotliwości) wartości szeregu „surowego” wg formuły:

$$w_t = \nabla^d \nabla_s^D q_t \quad t=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

w której ∇^d i ∇_s^D jest odpowiednio niesezonowym i sezonowym operatorem różnicowania rzędów d i D , zaś n jest liczbą wyrazów szeregu czasowego $\{w_t\}$ równą $n=N-d-sD$.

Do formalnego zapisu sezonowego, multiplikatywnego modelu ARIMA jest używana notacja $(p, d, g) (P, D, G)_s$. W pierwszym nawiasie są zapisane rzędy operatorów niesezonowych, a w drugim — rzędy operatorów sezonowych.

Doboru najbardziej adekwatnych modeli klasy ARIMA dokonano wg iteracyjnej, trójstopniowej procedury [1, 2], obejmującej etapy identyfikacji, estymacji parametrów i diagnostycznego sprawdzenia modelu próbnego. Została ona przez autorów oprogramowana (pakiet programów użytkowych napisanych w języku FORTRAN IV PLUS).

Na etapie identyfikacji jest wyznaczana liczba istotnych niesezonowych i sezonowych parametrów autoregresji (AR) i średniej ruchomej (AM) dla niesezonowo i sezonowo różnicowanego szeregu $\{q_t\}$. Etap ten obejmuje:

- analizę wykresów szeregu podstawowego $\{q_t\}$ i jego periodogramu skumulowanego,
- analizę wykresów funkcji autokorelacji ACF, autokorelacji cząstkowej PACF, autokorelacji odwrotnej IACF oraz odwrotnej autokorelacji cząstkowej IPACF,
- wstępne oszacowanie parametrów modelu.

Wprowadzenie do rozważań funkcji IACF i IPACF przyspiesza działanie identyfikacyjne [4, 5].

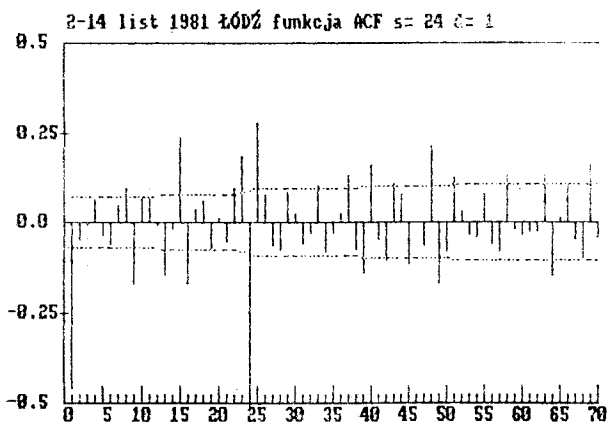
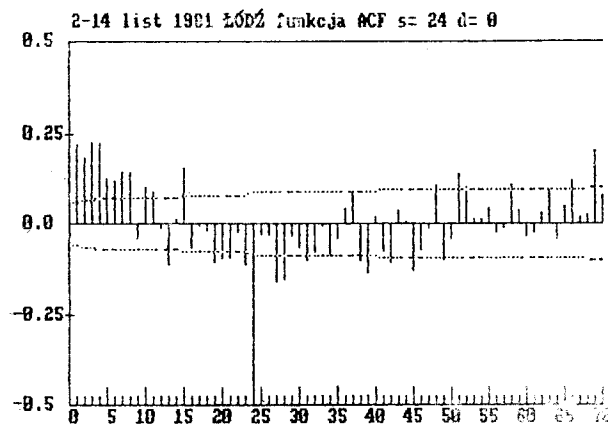
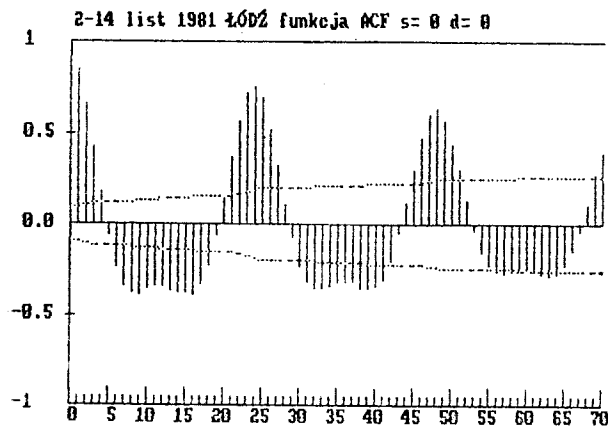
W ramach II etapu iteracyjnego są wyznaczane estymatory parametrów modelu próbnego przy użyciu metody minimalizacji funkcji największej wiarygodności, z wykorzystaniem algorytmu Marquardta, obliczane oceny błędów standardowych estymatorów oraz sprawdzana jest oszczędność parametryzacji modelu za pomocą tzw. kryterium informacyjnego AKAIKE (AIC). Na etapie diagnostycznego sprawdzania modelu próbnego są wykrywane zaburzenia w szeregu jego reszt $\{\varepsilon_t, t=1, 2, \dots, n\}$. Badana jest zgodność szeregu z procesem białego szumu za pomocą testu Q i periodogramu skumulowanego reszt [1, 3]. Właściwie dobrany model służy do zainicjowania i realizacji prognozowania (za pomocą odpowiednich równań różnicowych) przyszłych wartości szeregu czasowego. Konieczna jest przy tym znajomość $p+sP+d+sD$ wartości początkowych (przeszłych) szeregu $\{q_t\}$. Oceny jakości modelu można dokonać na podstawie błędów prognoz (tzw. prognoz wygasłych). Wygodną ich miarą jest błąd średni kwadratowy:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{\tau=t+1}^{t+m} (\bar{q}_\tau - q_\tau)^2}, \quad \tau=t+1, \dots, t+m, \quad (3)$$

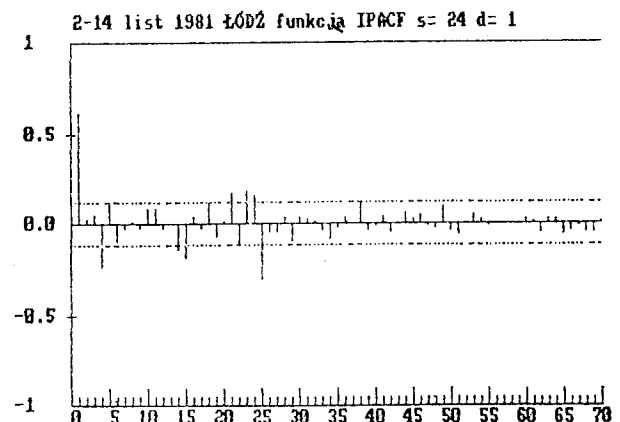
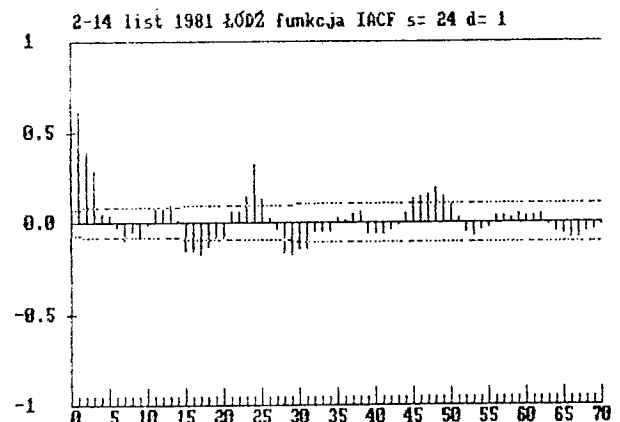
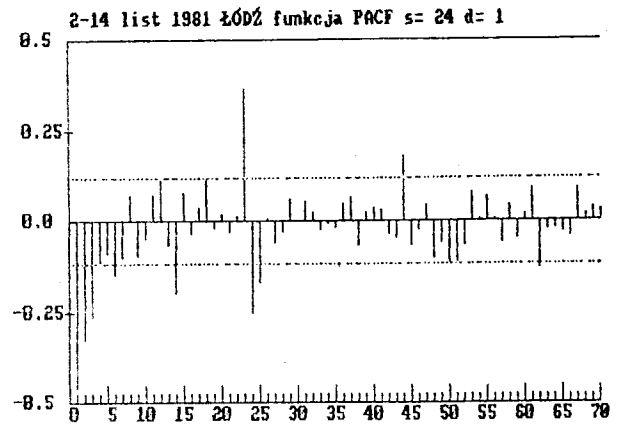
gdzie m jest długością horyzontu prognozy.

Do identyfikacji i weryfikacji prognozowanych modeli wykorzystano wyniki ciągłych pomiarów zużycia wody w aglomeracji łódzkiej oraz w 5 wodociągach wiejskich na terenie województwa wrocławskiego [6] (wsie Zurawina, Pietrzykowice, Węgry, PGR Sokolniki, wodociąg grupowy „Łagiewniki”). Wybrane wyniki badań zaprezentowano na rysunkach od 2 do 7. W tabeli 1 zestawiono estymatory parametrów oraz wyniki testów zgodności reszt najlepiej „dopasowanych” modeli ARIMA z procesem białego szumu, a w tabelach 2 i 3 podano wy-

nikające z owych modeli prognostyczne równania różnicowe oraz średnie kwadratowe błędy prognoz godzinowego poboru wody, dokonywanych z wyprzedzeniem do 24 godzin. Na uwagę zasługuje podobieństwo struktury modeli ARIMA opisujących szeregi czasowe zużycia wody w Łodzi i w pozostałych wsiach. Wynika to m. in. z podobieństwa wykresów funkcji ACF, szczególnie szeregów „surowych”, które — poza obserwacjami z wodociągu grupowego „Łagiewniki” — charakteryzują się re-



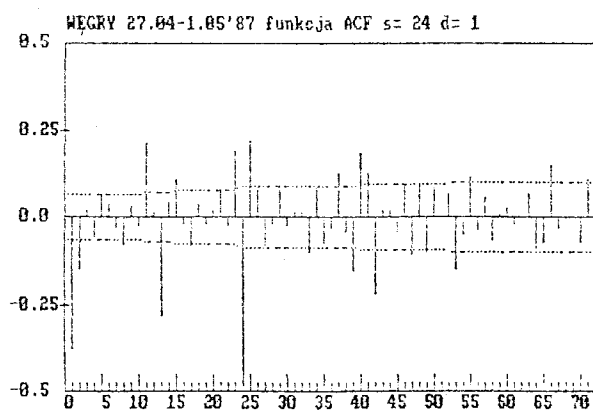
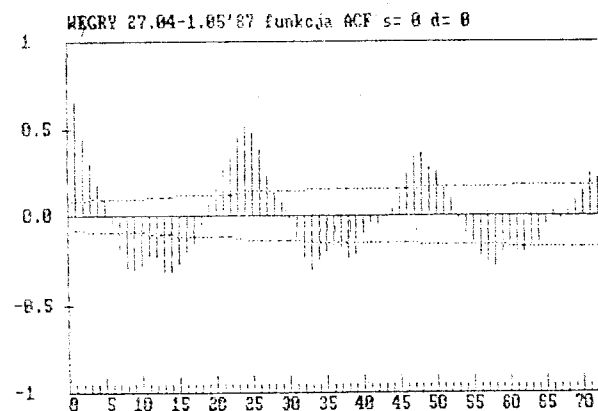
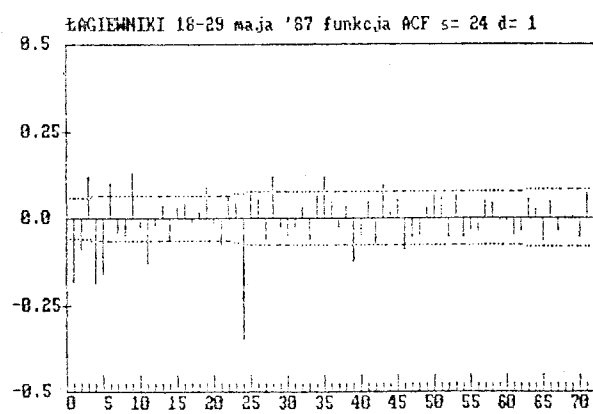
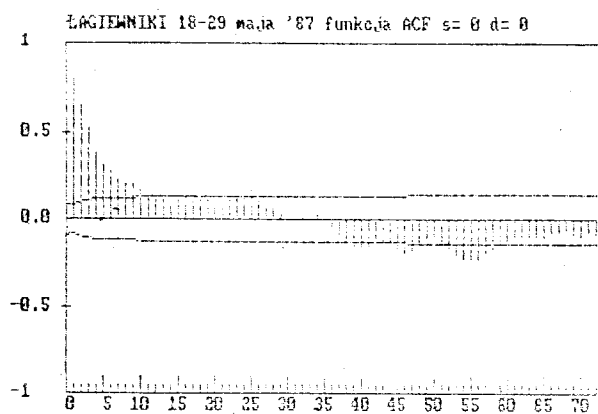
Rys. 2 Wykresy funkcji autokorelacji ACF empirycznych ($s=0$, $d=0$) i różnicowanych ($s=24$, $d=0$ oraz $s=24$, $d=1$) szeregów czasowych godzinowego poboru wody w Łodzi; dni robocze, 02—14.11.1981 r.



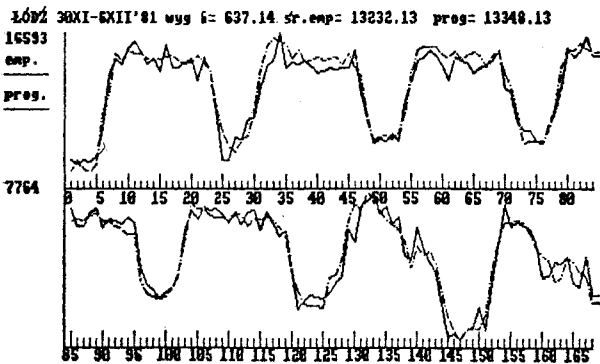
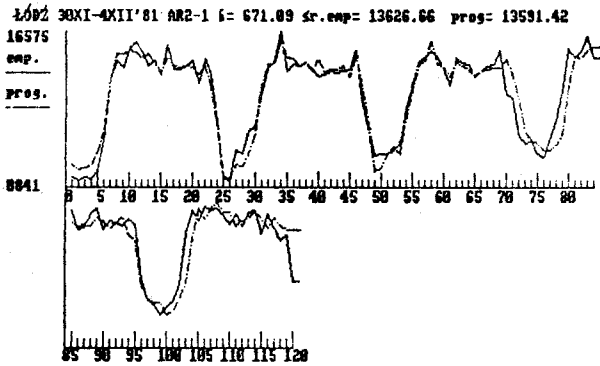
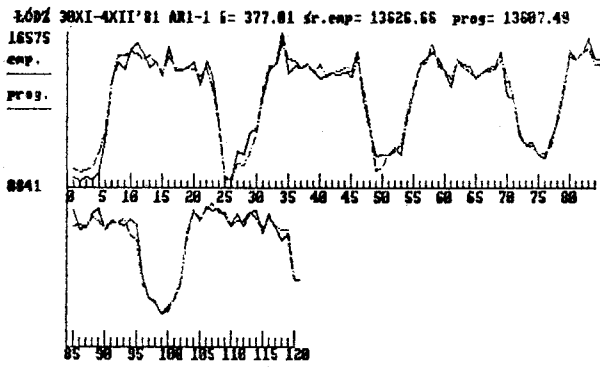
Rys. 3 Wykresy funkcji autokorelacji częściowej PACF, autokorelacji odwrotnej IACF oraz odwrotnej autokorelacji częściowej IPACF sezonowo ($s=24$) i nieseasonal ($d=1$) różnicowanych szeregów czasowych godzinowego poboru wody w Łodzi; dni robocze, 02—14.11.1981 r.

WYNIKI WERYFIKACJI NAJLEPIEJ „DOPASOWANYCH” MODELI ARIMA SZEREGÓW CZASOWYCH OBSERWACJI
GODZINOWEGO ZUŻYCIA WODY W DNIACH ROBOCZYCH (ŁÓDŹ, 1981–82)

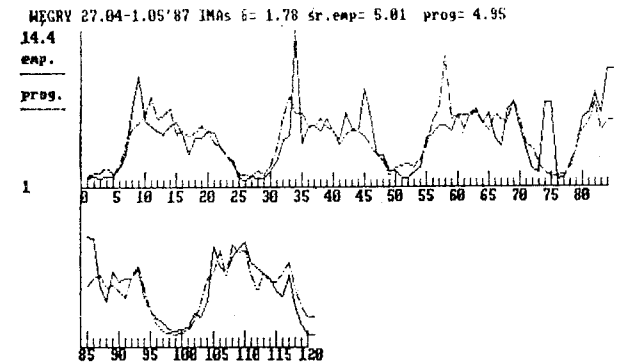
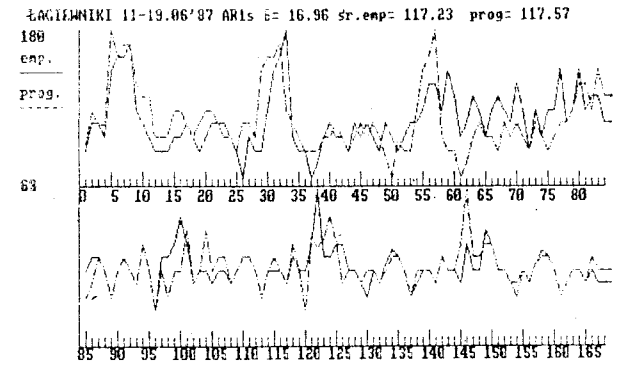
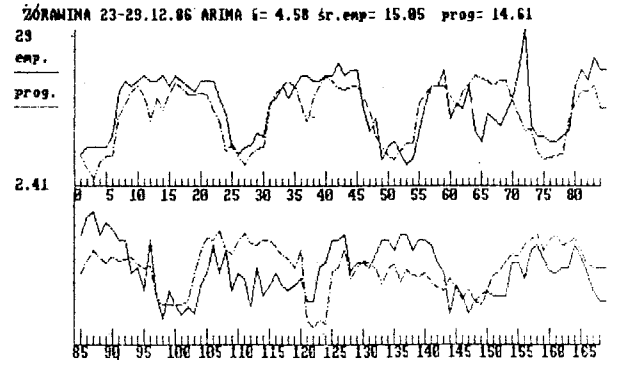
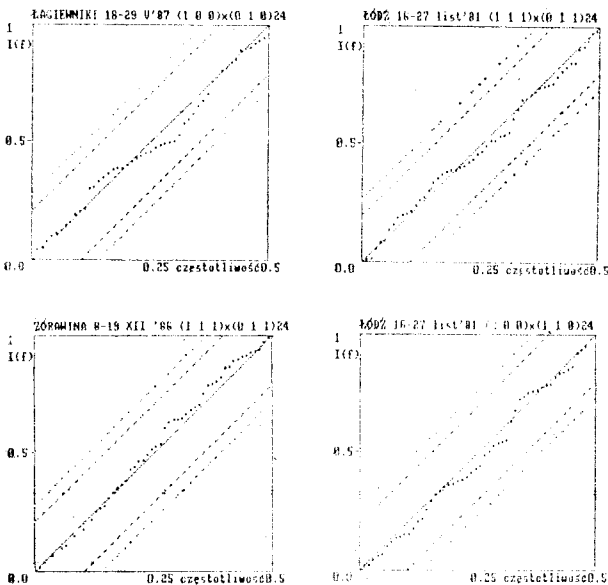
Struktura modelu (p, d, g) $x(P, D, G)$	Okres testowy	Oszacowania parametrów (błędy oszacowań)	Wariancja reszt modelu	Wartości		
				AIC	Q	Q_{kryt}
(1, 0, 0)x(1, 1, 0) ₂₄	16–27.11. 81	$\varphi_1 = 0,3454$ (0,0645) $\phi_1 = -0,4695$ (0,0677)	578323	2867,9	53,82	65,171
	2–14.11. 81	$\varphi_1 = 0,2628$ (0,0593) $\phi_1 = -0,6593$ (0,0551)	800626	3264,3	64,15	
	17–28.05. 82	$\varphi_1 = 0,2934$ (0,0135) $\phi_1 = -0,7029$ (0,0593)	893090	2961,7	57,10	
	12–24.07. 82	$\varphi_1 = 0,4187$ (0,0037) $\phi_1 = -0,7605$ (0,0573)	652184	2893,8	52,51	
(2, 0, 0)x(1, 1, 0) ₂₄	16–27.11. 81	$\varphi_1 = 0,3150$ (0,0547) $\varphi_2 = -0,1730$ (0,0545) $\phi_1 = -0,4839$ (0,070)	573558	2867,1	57,62	64,001
	17–28.05. 82	$\varphi_1 = 0,2260$ (0,0626) $\varphi_2 = -0,1718$ (0,0098) $\phi_1 = -0,6929$ (0,0687)	921478	2969,3	46,33	
	12–24.07. 82	$\varphi_1 = 0,3152$ (0,0637) $\varphi_2 = -0,2567$ (0,0470) $\phi_1 = -0,7347$ (0,0784)	705837	2911,9	45,76	
(0,1 1, 1)x(0, 1, 1) ₂₄	16–27.11. 81	$b_1 = 0,8321$ (0,0417) $c_1 = -0,5454$ (0,0597)	596297	2861,1	56,95	65,171
	2–14.11. 81	$b_1 = 0,8055$ (0,0388) $c_1 = 0,6904$ (0,0525)	752057	3235,8	61,49	
	17–28.05. 82	$b_1 = 0,7805$ (0,0438) $c_1 = -0,7102$ (0,0628)	942984	2959,7	44,12	
	12–24.07. 82	$b_1 = 0,7567$ (0,0465) $c_1 = -0,7902$ (0,0529)	571846	2852,2	31,16	



Rys. 4 Wykresy funkcji autokorelacji ACF empirycznych ($s=0$, $d=0$) oraz sezonowo i niesezonowo różnicowanych ($s=24$, $d=1$) szeregów czasowych godzinowego poboru wody we wsi Węgry i w wodociągu grupowym „Łągowiki”.



Rys. 5 Wykresy periodogramów skumulowanych szeregów czasowych reszt ϵ_t najbardziej adekwatnych multiplikatywnych modeli sezonowych ARIMA w wybranych obiektach.



Rys. 7 Empiryczne i prognozowane na podstawie najbardziej adekwatnych modeli ARIMA szeregi czasowe godzinowego poboru wody we wsiach Węgry i Żóranina oraz w wodociągu grupowym „Łagiewniki”.

gularnym przebiegiem zanikającej sinusoidy (rys. 2 i 4). Oznacza to, że wpływ komponenty okresowej na procesy konsumpcji wody w Łodzi w omawianych wsiach jest zbliżony i istotny, co sprawia, że najlepsze wyniki w klasie modeli ARIMA uzyskuje się za pomocą modeli sezonowych. Relatywnie większe błędy prognoz dla wsi wynikają z wyraźniej ujawniającego się wpływu czynników losowych, które nie kompensują się wzajemnie w takim stopniu, jak w dużych aglomeracjach miejskich.

Rys. 6 Empiryczne i prognozowane na podstawie najbardziej adekwatnych modeli ARIMA oraz metody wykładniczego wygładzania szeregi godzinowe pobory wody w Łodzi; okres testowy 30.11—6.12.1981 r.

WYNIKI PROGNOZOWANIA GODZINOWEGO POBORU WODY W DNIACH ROBOCZYCH W ŁODZI WG WYBRANYCH MODELI ARIMA

Tabela 2

Okres testowy	Struktura modelu (p, d, g) x (P, D, G)	Błąd średni kwadratowy		Równanie różnicowe modelu prognostycznego
		bezwzgl. m ³ /h	wzgl. %	
30.11—12.12.81	(0, 1, 2) x (0, 1, 1) ₂₄	782,0	5,70	$q_t = q_{t-1} + q_{t-24} - q_{t-25} + \varepsilon_t - 0,715 \varepsilon_{t-1} - 0,210 \varepsilon_{t-2} - 0,522 \varepsilon_{t-24} + 0,373 \varepsilon_{t-25} + 0,109 \varepsilon_{t-26}$
	(2, 0, 0) x (1, 1, 0) ₂₄	777,2	5,66	$q_t = 0,315 q_{t-1} + 0,173 q_{t-2} + 0,516 q_{t-24} - 0,163 q_{t-25} - 0,089 q_{t-26} + 0,484 q_{t-48} - 0,152 q_{t-49} - 0,084 q_{t-50} + \varepsilon_t$
	(1, 0, 0) x (1, 1, 0) ₂₄	772,8	5,63	$q_t = 0,345 q_{t-1} + 0,531 q_{t-24} - 0,183 q_{t-25} + 0,470 q_{t-48} - 0,162 q_{t-49} + \varepsilon_t$
31.05—14.06.82	(0, 1, 1) x (0, 1, 1) ₂₄	752,8	5,13	$q_t = q_{t-1} + q_{t-24} + q_{t-25} + \varepsilon_t - 0,731 \varepsilon_{t-1} - 0,720 \varepsilon_{t-24} + 0,562 \varepsilon_{t-25}$
	(1, 0, 0) x (1, 1, 0) ₂₄	731,6	4,98	$q_t = 0,293 q_{t-1} - 0,703 q_{t-24} + 0,203 q_{t-25} + \varepsilon_t$
26.07—6.08.82	(1, 0, 0) x (1, 1, 0) ₂₄	761,4	5,44	$q_t = 0,513 q_{t-1} + 0,242 q_{t-24} - 0,125 q_{t-25} + \varepsilon_t$
	(0, 1, 1) x (0, 1, 1) ₂₄	736,1	5,26	$q_t = q_{t-1} + q_{t-24} - q_{t-25} + \varepsilon_t - 0,737 \varepsilon_{t-1} - 0,790 \varepsilon_{t-24} + 0,562 \varepsilon_{t-25}$

Tabela 3

ZESTAWIENIE ŚREDNICH KWADRATOWYCH BŁĘDÓW PROGNOZ GODZINOWEGO POBORU WODY W DNIACH ROBOCZYCH W WYBRANYCH WODOCIĄGACH WIEJSKICH WG MODELI ARIMA

Wodociąg	Struktura modelu (p, d, g) x (P, D, G)	Wartości			Błąd średni kwadratowy m ³ /h	Równanie różnicowe modelu prognostycznego
		AIC	Q	Q _{krut}		
WĘGRY 27.04—1.05.87	(2, 0, 0) x (1, 1, 0) ₂₄	318,549	25,63	63,72	1,68	$(1 - 0,203B - 0,163B^2)(1 + 0,615B^{24})(1 - B^{24})q_t = \varepsilon_t$
	(0, 1, 1) x (0, 1, 1) ₂₄	303,875	26,13	65,17	1,68	$(1 - B)(1 - B^{24})q_t = (1 - 0,684B)(1 - 0,428B^{24})q_t$
ŻÓRAWINA 22.12—28.12.86	(1, 0, 0) x (1, 1, 0) ₂₄	541,922	34,84	65,17	5,80	$(1 - 0,363B)(1 + 0,715B^{24})(1 - B^{24})q_t = \varepsilon_t$
	(1, 1, 1) x (0, 1, 1) ₂₄	536,310	30,57	64,00	5,30	$(1 - 0,279B)(1 - B)q_t = (1 - 0,959B)(1 - 0,699B^{24})\varepsilon_t$
PIETRZYKOWICE 13.04—17.04.87	(1, 0, 0) x (1, 1, 0) ₂₄	760,264	53,83	65,17	8,59	$(1 - 0,715B)(1 + 0,582B^{24})(1 - B^{24})q_t = \varepsilon_t$
	(1, 1, 1) x (0, 1, 2) ₂₄	740,193	47,93	62,83	10,61	$(1 - 0,307B)(1 - B)(1 - B^{24})q_t = (1 - 0,583B) \cdot (1 - 577B^{24}) - 0,188B^{48} \varepsilon_t$
ŁAGIEWNIKI 1.06—7.06.87 11.06—19.06.87	(1, 0, 0) x (0, 1, 0) ₂₄	1283,632	37,06	66,34	20,88	$(1 - 0,494B)(1 - B^{24})q_t = \varepsilon_t$
	(1, 1, 1) x (0, 1, 1) ₂₄	1279,160	33,145	64,00	16,96	$(1 - 0,475B)(1 - B)(1 - B^{24})q_t = (1 - 0,983B) \cdot (1 - 0,250B^{24})\varepsilon_t$

Metoda potrójnie wykładniczego wygładzania szeregów

Jest to druga z analizowanych metod prognozowania przyszłych wartości szeregów czasowych, szczegółowo omówiona przez B. Coulbecka, S. Tenneta i C. Orra w pracy [7]. Bazuje ona na swoistej postępującej ekstrapolacji trendu. Zakłada się, że sąsiednie wyrazy szeregu zmieniają się relatywnie wolno, przy czym w odniesieniu do procesu zużycia wody jako sąsiednie należy rozumieć te wartości, które opisują zużycie w tych samych godzinach kolejnych dni o podobnym charakterze (robocze lub świąteczne i wolne od pracy) albo w tych samych dniach kalendaryzowanych. Podstawą obliczeń są bieżące i przeszłe obserwacje (wyrazy szeregu czasowego) oraz estymowane po każdym kroku parametry równania trendu, z uwzględnieniem błędów prognoz z kroku poprzedniego. Specyfika procesu zu-

życia wody charakteryzującego się dobową cyklicznością sprawia, że tygodniowa prognoza godzinowego poboru wody musi być złożona z $7 \times 24 = 168$ odrębnych prognoz na 1 krok naprzód dla poszczególnych godzin kolejnych dni. W obliczeniach prognoz dokonywanych wg procedury omówionej w pracy [7] zastosowano wstępne przetworzenie danych empirycznych, polegające na „wygładzeniu” ciągów obserwacji $\{q_t, t=1, 2, \dots, N\}$ za pomocą szeregów Fouriera. Istotność kolejnych składowych harmonicznych (pulsacji) badano przy użyciu testu S, omówionego w pracy [1]. Stwierdzono, że w praktyce liczba istotnych składowych harmonicznych nie przekracza 6, a wstępne „wygładzanie” ciągów obserwacji powoduje poprawę jakości prognozowania (tab. 3).

Dane pozwalające ocenić efektywność metody potrójnie wykładniczego wygładzania szeregów czasowych zestawiono w tabeli 4. Podano w

niej średnie kwadratowe błędy prognoz godzinowego poboru wody w badanych przez autorów obiektach i różnych okresach testowych. Uwagę zwraca fakt, że wartości błędów (w warunkach, gdy wartości liczbowe parametrów równania prognostycznego są wyznaczane na podstawie chronologicznych ciągów obserwacji „wygładzonych” za pomocą szeregów Fouriera) są niższe, niż wartości błędów prognoz dokonywanych przy użyciu modeli ARIMA. Dotyczy to aglomeracji łódzkiej oraz wsi Węgry i Żurawina, tj. tych obiektów, dla których funkcje autokorelacji ACF szeregów czasowych godzinowego poboru wody przebiegają zgodnie z zanikającą falą sinusową. W innych wypadkach, gdy przebiegi funkcji ACF są odmienne (np. dla wodociągu grupowego „Łagiewniki”), lepsze rezultaty prognozowania uzyskuje się wg sezonowych multiplikatywnych modeli ARIMA.

Tabela 4

WYNIKI PROGNOZOWANIA GODZINOWEGO POBORU WODY
WG METODY POTRÓJNIE WYKŁADNICZEGO WYGŁADZANIA
SZEREGÓW

Obiekt	Okres testowy	Błąd średni kwadratowy prognoz [m ³ /h] dla	
		danych „surowych”	danych wstępnie wygładzonych
Łódź	9 do 15.11.1981	984,3	730,8
	16 do 22.11.1981	919,9	700,5
	23 do 29.11.1981	756,7	565,7
	30.11 do 6.12.1981	650,7	511,3
	7 do 13.12.1981	679,4	526,9
Żurawina	24 do 30.11.1986	8,54	6,23
	8 do 14.12.1986	6,30	4,78
	15 do 21.12.1986	5,70	4,73
	22 do 28.12.1986	5,84	5,35
Pietrzykowice	2 do 8.03.1987	8,87	8,60
	9 do 15.03.1987	8,14	7,89
	16 do 22.03.1987	11,69	11,50
	23 do 29.03.1987	8,75	8,43
	30.03 do 5.04.1987	7,34	7,00
	6.04 do 12.04.1987	8,27	8,02
	13.04 do 19.04.1987	7,32	6,34
Łagiewniki	20.04 do 26.04.1987	9,98	9,66
	8 do 14.06.1987	35,50	32,59
	15 do 21.06.1987	33,15	31,24
	22 do 28.06.1987	24,36	21,73

Podsumowanie

Zaprezentowane w niniejszej pracy dwie metody prognozowania szeregów czasowych godzinowego poboru wody spełniają wygodną dla potrzeb praktycznych zasadę łatwej dostępności danych wyjściowych do prognozowania, w tym predyktorów. Nie ujmują one żadnych zmiennych zewnętrznych, a bazują wyłącznie na chronologicznych ciągach obserwacji w bezpośredniej przeszłości. Obie metody uzupełniają się wzajemnie w tym sensie, że w wypadkach, gdy wykres funkcji autokorelacji ACF przypomina regularną, gasnącą sinusoidę (dotyczy to szeregów czasowych godzinowego zu-

życia wody w Łodzi oraz we wsiach Węgry i Żurawina), wyższą efektywność (mniejsze średnie kwadratowe błędy prognoz) wykazuje metoda potrójnie wykładniczego wygładzania szeregów, natomiast w innych wypadkach (np. dla procesu poboru wody w wodociągu grupowym „Łagiewniki”), lepsze rezultaty uzyskuje się za pomocą multiplikatywnych sezonowych modeli ARIMA. Zaletą metody wykładniczego wygładzania szeregów jest możliwość pełnej automatyzacji procesu prognozowania, bowiem algorytm obliczeń jest identyczny dla dowolnego systemu wodociągowego i nie ujemuje trójetapowej procedury doboru modelu próbnego (nie ma w nim etapu identyfikacji struktury modelu). Jednakże metodyka procesu prognozowania sprawia, że pełną jego efektywność uzyskuje się dopiero po 3 lub 4 tygodniach, licząc od chwili rozpoczęcia prognozowania, co powoduje konieczność wykorzystywania tzw. prognoz wygasłych. Z doświadczeń autorów wynika, że wystarczające do identyfikacji oszczędnych i adekwatnych modeli ARIMA są dwutygodniowe ciągi obserwacji, a liczba danych (predyktorów), niezbędnych do zainicjowania procesu prognozowania nie przekracza 50. W metodzie wykładniczego wygładzania szeregów liczba ta wynosi 168.

Zaprezentowane metody pozwalają również na prognozowanie dobowego poboru wody poprzez sumowanie prognoz poboru godzinowego. Jest to alternatywa w stosunku do modeli prognostycznych zaprezentowanych w pracach [1, 8].

LITERATURA

1. Z. SIWON: Stochastyczne modelowanie procesu zużycia wody i prognozowanie zapotrzebowania na wodę w miastach. Prace Naukowe Instytutu Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Wrocławskiej Nr 56, Monografie Nr 25, Wrocław, 1986.
2. Z. SIWON: Stochastyczne modele procesu poboru wody w miastach i regionach jako element algorytmów operatywnego sterowania systemami wodociągowymi. Materiały z I Krajowej Konferencji Naukowo-Technicznej „Systemy w Administracji Zasobami Środowiska Naturalnego”, Jelenia Góra 1987 r.
3. G.E.P. BOX, G.M. JENKINS: Analiza szeregów czasowych PWN, Warszawa, 1983.
4. T. D. HIRREL: Automating Water Consumption, Data Manipulation. Journal AWWA, Vol. 78 (1986), No 8, pp. 49—52.
5. R. SRIKANTHAN, T. A. Mc MAHON, J. L. IRISH: Time Series Analysis of Annual Flows of Australian Streams. Journal of Hydrology, Vol. 66 (1983), pp. 213—226.
6. Z. SIWON, J. STANISŁAWSKI: Identyfikacja i diagnostyczne sprawdzenie próbnych modeli prognostycznych zapotrzebowania na wodę w regionach wiejskich. Raport Instytutu Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1987 r.
7. B. COULBECK, S. T. TENNET, C. H. ORR: Development of a Demand Prediction Program for Use in Optimal Control of Water Supply. 3-rd International Conference on Systems Engineering, Lanchaster Polytechnic, Coventry, 10—12.09.1985 r.
8. Z. SIWON, J. STANISŁAWSKI: Über die stochastische Wasserbedarfsprognose in Städten als Basis zur Steuerung und Kontrolle von Wasserversorgungssystemen. Das Gas — und Wasserfach 129 (1988), H.3, s. 159—166.

STOCHASTIC FORECASTING OF WATER CONSUMPTION

In the study consideration was given to the modelling and forecasting of the time series for hourly water consumption in towns and villages. The results obtained are of importance to the optimum control of the water supply process (in the full sense of the word) and to the simulation of the operation of the water supply system. For this purpose, the adequacy of ARIMA-type stochastic models and the efficiency

of the triple exponential smoothing method were examined. The models were identified and verified, using the data sets obtained from continuous measurement of water consumption in the agglomeration of Łódź and in five rural supply systems. Adequate ARIMA models were selected in terms of an algorithm which included the iterative cycle for the identification of the test model, the estimation of its parameters, and diagnostic verification. The advantages and drawbacks of the forecasting procedures presented in this paper are discussed in detail.