

Ryszard Orłowski
Abdul Rahman Edris

MODEL MATEMATYCZNY SIECI KANALIZACJI SANITARNEJ STREFOWANEJ POMPOWNIAMI POŚREDNIMI

W pracy przedstawiono opis modelu matematycznego, stanowiącego podstawę dla programu obliczeniowego do precyzyjnego badania dowolnych układów kanalizacji sanitarnej (grawitacyjnej), z dowolnie usytuowanymi i sterowanymi pompowniami pośrednimi. Program umożliwia prowadzenie obliczeń uwzględniających przepływy nieustalone z praktycznie dowolną dokładnością. Możliwe więc będzie uwzględnienie wszystkich zjawisk towarzyszących przepływowi nieustalonym w sieci, jak np. fale, tzw. cofki, itp. Model taki jest bez porównania dokładniejszy od modeli tradycyjnych, opartych na założeniu przepływu równomiernego i sumowania wydatków w węzłach [1]. Umożliwia on zatem dokładne badanie sieci i układów sieci—pompownie, dla systemów istniejących lub też projektowanych. Przykładowy schemat systemu kanalizacyjnego, którego praca może być opisana przy pomocy tego modelu pokazano na rysunku 1, na którym zaznaczono (cyframi arabskimi w kółkach) typy występujących węzłów obliczeniowych [2].



Rys. 1. Schemat układu kanalizacji sanitarnej (grawitacyjnej) strefowanej pompowniami.

Opis modelu

Rozpatrywany system składa się z kanałów grawitacyjnych i z pompowni pośrednich. Sieć kanałów grawitacyjnych, dla których modeluje się przepływy nieustalone, traktowana jest jako obiekt dynamiczny o stałych rozłożonych. Pompownie traktuje się jako obiekty dynamiczne o stałych skupionych. W przypadku modelowania matematycznego przepływu w kanałach, można stosować modele matematyczne mniej lub bardziej uproszczone [1, 3, 4].

W niniejszej pracy zastosowano model matematyczny nieustalonych przepływów w sani-

tarnej sieci grawitacyjnej, oparty o numeryczne rozwiązywanie układu równań Saint Venanta. W przypadku modelu matematycznego, opisującego pracę pompowni, równaniem stanu jest równanie bilansu ścieków w zbiorniku czerpalnym pompowni.

W omawianym modelu, złożonym z dwóch modeli, obliczenia prowadzi się kolejno, co wynika z faktu, że wyjście z jednego modelu stanowi wejście do drugiego, czyli np. wypływ z kanału jest wejściem (wymuszeniem pracy) dla pompowni, a wydatek pompowni stanowi warunek brzegowy (wymuszenie pracy) kanału. Nie występuje sprzężenie zwrotne między tymi elementami. I tak np. w przypadku schematu podanego na rysunku 1 kolejność obliczeń byłaby następująca:

1. Przeprowadza się symulację pracy odcinka kanału I-II dla przedziału czasu $n \cdot \Delta t = t_{\text{sym}}$ z krokiem czasowym Δt , wyliczając w kolejnych krokach czasowych natężenie przepływu Q i napełnienia y wzdłuż kanału.

2. Wyniki przeprowadzonej symulacji przepływu na odcinku I-II, a konkretnie wydatek na wylocie z kanału (wypływ swobodny), stanowi następnie warunek brzegowy (wymuszenie) podczas symulacji pracy pompowni pośredniej II. Symulację pracy tej pompowni prowadzi się dla czasu $t_{\text{sym}} = n \cdot \Delta t$.

3. Następnie przeprowadza się symulację przepływu w sieci grawitacyjnej składającej się z odcinka III-IV, wraz z kanałami bocznymi dołączonymi w węzłach 4 oraz 7. Symulację prowadzi się również z krokiem Δt dla okresu czasu $t_{\text{sym}} = n \cdot \Delta t$. W węźle 7 uwzględnia się dodatkowo (jako warunek brzegowy) wynik symulacji pracy pompowni II, tzn. zasymulowany, zmienny w czasie wydatek tej pompowni w symulowanym przedziale czasu t_{sym} .

4. Przeprowadza się symulację pracy pompowni IV dla czasu $n \cdot \Delta t = t_{\text{sym}}$ z wymuszającym, zmiennym w czasie natężeniem dopływu do zbiornika pompowni (wypływem swobodnym z kanału dopływowego), wyznaczonym podczas symulacji przepływu w sieci między punktami III i IV.

5. Dalej prowadzi się symulację pracy sieci grawitacyjnej V-VI, uwzględniając jako warunek brzegowy w punkcie V zasymulowany, zmienny w czasie wydatek pompowni IV.

początkowej $t_{j=1}$ wzdłuż kanału. Opierając się na literaturze [2] stwierdza się, że wpływ warunków początkowych na dalszy przebieg obliczeń jest znikomy (podobnie zresztą jak w przypadku pompowni). Tak więc przyjmuje się, że w chwili $t_{j=1}$ istnieje pewien przepływ $Q(x_i, t_{j=1})$ i panuje ruch ustalony niejednostajny. Dla tak przyjętego przepływu rzędne zwierciadła wody w i-tych przekrojach obliczeniowych całej sieci grawitacyjnej określa się wyznaczając tzw. krzywą spiętrzenia dla ruchu ustalonego.

Model matematyczny pracy pompowni ścieków

Poniżej przedstawiono zasadę modelowania matematycznego pracy pompowni kanalizacyjnych dwóch typów, tzn. pompowni z pompami sterowanymi dwustawnie i pompowni z pompami o płynnej regulacji wydatku [8]. Ograniczono się do opisu równania stanu oraz zasady prowadzenia symulacji pracy pompowni obu typów. W opisie pominięto ograniczenia natury technicznej, które uwzględnić należy w projektowaniu i regulacji pracy pompowni. Przykładowe schematy pompowni kanalizacyjnych przedstawiono na rysunku 3, na którym:

$H_{gs\text{ wł}}$ — geometryczna wysokość ssania w momencie włączania pompy,
 $H_{gs\text{ wyt}}$ — geometryczna wysokość ssania w momencie wyłączenia pompy.

W przypadku pompowni z pompami o płynnej regulacji wydatku, te dwie wielkości nie występują, gdyż w tym przypadku zakłada się stały poziom napełnienia zbiornika czterpalnego, zaś wydatek pompowni równy jest przez cały czas natężeniu dopływu ścieków do zbiornika.

Równanie bilansu ścieków w zbiorniku pompowni jest w opisywanym modelu matematycznym pompowni równaniem stanu:

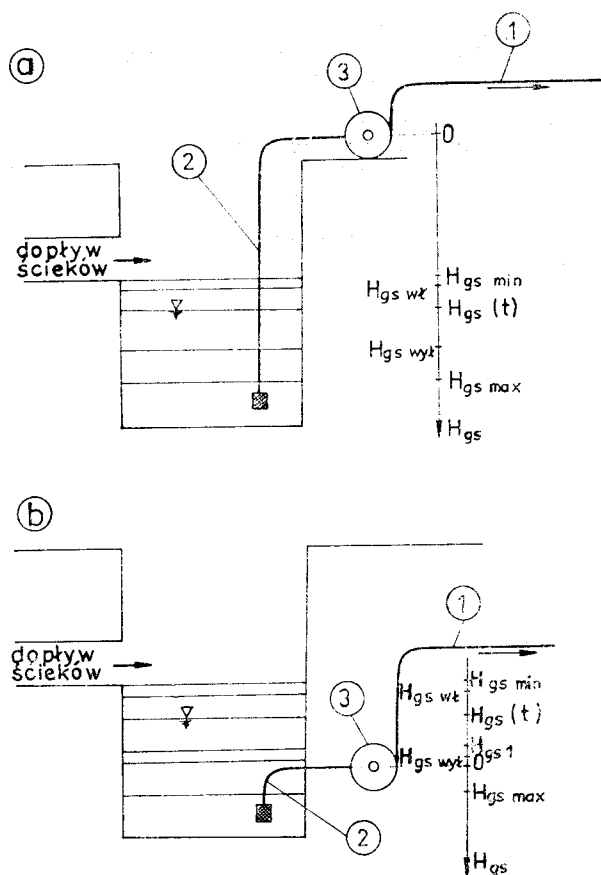
$$\frac{d(H_{gs}(t))}{dt} = \frac{Q(H_{gs}(t)) - q(t)}{F_{zb}} \quad (6)$$

gdzie:

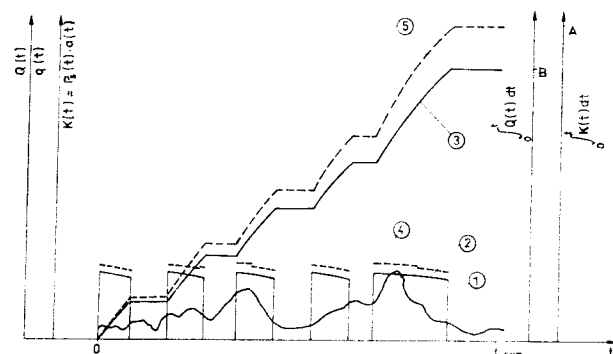
$H_{gs}(t)$ — geometryczna wysokość ssania w chwili t (współrzędna stanu opisująca proces wahań zwierciadła ścieków w zbiorniku pompowni),
 F_{zb} — powierzchnia przekroju poziomego zbiornika (przy pionowych ścianach zbiornika — wielkość stała),
 $q(t)$ — dopływ do pompowni w chwili t , wielkość wejściowa, zakłócająca,
 $Q(H_{gs}(t))$ — odpowiedni wydatek pompowni w chwili t ,

Modelowanie matematyczne pracy pompowni I typu

W pompowniach tych położenie zwierciadła ścieków w zbiorniku wyrównawczym zmienia się w czasie, co wynika z zasady działania takich pompowni. Symulacja pracy pompowni w przedziale czasu $<0, t_{sym}>$ polega na określeniu procesu $H_{gs}(t)$, tj. procesu wahań zwierciadła ścieków w zbiorniku pompowni. W tym celu numerycznie całkuje się równanie stanu. Przebieg natężenia dopływu ścieków do pompowni podawany jest w postaci dyskretnej. Należy również podać poziomy zwierciadła ście-



Rys. 3. Schematy pompowni (a — z pompami posadowionymi powyżej zwierciadła ścieków, b — z pompami posadowionymi poniżej zwierciadła ścieków [8]; (1) — przewód tłoczny, (2) — przewód ssący, (3) — pompa).



Rys. 4. Przebiegi niektórych wielkości w trakcie symulacji pracy pompowni z jedną pompą [8] ((1) — $q(t)$ — dopływ do pompowni, (2) — $Q(t)$ — wydatek pompy, (3) — sumaryczna objętość ścieków przepompowana w czasie t , (4) — $K(t) = a(t) \cdot P_s(t)$ — natężenie kosztu pobieranej energii elektrycznej; $a(t)$ — cena jednostkowa energii elektrycznej różna w godzinach szczytowych, dziennych i nocnych, $P_s(t)$ — moc czynna pobierana przez agregat pompowy z sieci elektrycznej, (5) — zużycie energii przez pompy w czasie t).

ków w zbiorniku czerpalnym pompowni, przy których włączane i wyłączane są poszczególne pompy. Kolejne wartości wydatku pompowni $Q(H_{gs}(t))$ odczytywane są poprzez interpolację z tablic opisujących charakterystyki hydrauliczne układów pompy—rurociagi.

Rysunek 4 przedstawia przebiegi najważniejszych wielkości występujących w trakcie symulacji pracy pompowni z jedną pompą roboczą w przedziale czasu $\langle 0, t_{sym} \rangle$, przy zadanych wartościach $H_{gs\,wł}$ i $H_{gs\,wyl}$ i zadany przebiegu dopływu ścieków do pompowni $q(t)$. Możliwe jest badanie ekonomiczności pracy pompowni, gdy zasymulujemy dodatkowo na komputerze zmienny w czasie pobór energii elektrycznej przez poszczególne agregaty.

Modelowanie matematyczne pracy pompowni II typu

Zakłada się tu stały poziom napełnienia zbiornika czerpalnego i wydatek pompowni równy przez cały czas natężeniu dopływu ścieków do zbiornika. Założono stałe w przedziale Δt natężenia dopływu i skokowe zmiany natężenia w kolejnych momentach. Prowadząc odpowiednie wyliczenia oparte na operacjach dokonywa-

nych na charakterystykach pomp (hydraulicznych i sprawnościowych) i rurociągów, możliwe jest prowadzenie dodatkowo analizy ekonomicznej efektywności pracy takich pompowni [8].

LITERATURA

1. W. BŁASZCZYK i in.: Kanalizacja — sieci i pompownie, tom 1. Arkady, Warszawa 1983.
2. E. WOŁOSZYN: Matematyczny model przepływów w sieci kanalizacyjnej. Archiwum Hydrotechniki, nr 4/1979.
3. J. MICIN: Wybrane modele symulacji przepływu ścieków w sieciach kanalizacyjnych. Ochrona Środowiska, nr 3—4(20—21), Wrocław 1984.
4. P. MIZGALEWICZ, K. KNAPIK, A. WIECZYSTY: Analiza pracy sieci kanalizacyjnych przy zastosowaniu EMC. Ochrona Środowiska, nr 3—4(20—21), Wrocław 1984.
5. K. MAHMOOD, V. YEVJEVICH: Unsteady flow in open channels. Water Resources Publications Colorado, USA, 1975.
6. Z. KUNDZIEWICZ: Modele hydrologiczne ruchu fal powodziowych. Monografie Komitetu Gospodarki Wodnej PAN, Warszawa 1985.
7. J. GRANATOWICZ: Hydrodynamiczny model transformacji stanów i przepływów w korytach naturalnych. Archiwum Hydrotechniki, nr 2/1981.
8. R. ORŁOWSKI: Analiza wariantów rozwiązań pompowni kanalizacyjnych oparta o dynamiczną symulację ich pracy. Archiwum Hydrotechniki, nr 3/4, 1985.

MATHEMATICAL MODEL OF A SEWER NETWORK COMPRISING INTERMEDIATE PUMPING STATIONS

The paper gives a mathematical model for the computer simulation of sewage flow with time in a gravitational sewer network with intermediate pumping stations. The structure of the model, as well as the control method for computer calculations enable simulation of sewage flow in a system of arbitrary

geometry and with an arbitrary arrangement of pumping stations comprising an arbitrary number of pumps with arbitrary characteristics. Flow rate and wastewater level in the pipes of the sewer system are determined, using the Saint Venant test of equations which is solved by numerical methods. The computing programme enables calculations which are of paramount importance to the design of novel and the verification of the available systems, as well as to the formulation of the principles to the control of sewer systems.