

Andrzej Wartalski

PROBABILISTYCZNY MODEL MAKSYMALNEGO NATĘŻENIA ODPLYWU ŚCIEKÓW

Metoda projektowania systemów usuwania ścieków opiera się na bardzo uproszczonym modelu ich działania, często odbiegającym znacznie od warunków rzeczywistych. Podstawę do wymiarowania sieci kanalizacyjnej stanowi tzw. miarodajne natężenie odpływu ścieków, przyjmowane jako odpowiadające natężeniu maksymalnemu. Obecnie stosowane metody obliczania miarodajnego natężenia odpływu ścieków bytowo-gospodarczych pomijają całkowicie następujące właściwości ich odpływu i czynniki go kształtujące:

- zależność miarodajnego (maksymalnego) natężenia odpływu ścieków od czasu trwania odpływu,
- prawdopodobieństwo występowania lub przewyższenia określonego natężenia odpływu,
- retencję sieci kanalizacyjnej i obiektów sieciowych.

Pominięcie tych czynników prowadzi do nieracjonalnego wymiarowania sieci, obiektów i urządzeń kanalizacyjnych, które powinny uwzględniać zarówno czas trwania odpływu jak i prawdopodobieństwo jego wystąpienia.

Metodyka badań

Pomiary odpływu ścieków z wielorodzinnych budynków i osiedla mieszkaniowego Nowy Dwór we Wrocławiu, prowadzono w latach 1979—1982.

Jako kryterium wyboru odpowiednich budynków i osiedla przyjęto pełne pokrycie potrzeb wodnych wszystkich odbiorców. Podstawowym urządzeniem pomiarowym, w odniesieniu do kanałów o średnicy $D \leq 250$ mm była zwężka dwustronnie symetryczna [8, 9]. Natężenie przepływu ścieków w kanałach o średnicach $\Phi 600$ i $\Phi 800$ mm określono na podstawie pomiarów napełnienia kanału i wzoru Manninga, przedstawiającego funkcijną zależność prędkości przepływu od wysokości napełnienia kanału o określonej średnicy i spadku dna [2]. W wyniku pomiarów wysokości napełnienia ściekami urządzeń zwężkowych i kanałów $\Phi 600$ i $\Phi 800$ mm uzyskano na taśmach papierowych wykresy w postaci linii ciągłych. Z taśm tych odczytywano średnie wysokości napełnienia ściekami urządzeń pomiarowych w przedziałach 10-minutowych, a następnie posługując się wykresem charakterystyki hydraulicznej urządzenia, obliczano odpowiadające tym stanom na-

tężenia przepływu. Uzyskane w ten sposób tabelaryczne zestawienie średnich natężeń posłużyło do sporządzenia wykresu słupkowego, a następnie do obliczenia średnich wartości maksymalnego natężenia przepływu o czasie trwania 20, 30, 60, 120, 180 i 240 min w ciągu doby. Dodatkowo odczytywano dla każdej doby średnią wartość maksymalnego przepływu o czasie trwania 5 min.

Statystyczne opracowanie wyników badań

Zbiory wartości krótkotrwałego maksymalnego natężenia odpływu ścieków można rozpatrywać jako zbiory wielkości losowych, dlatego przy ich analizie (dla dużej liczby danych) można korzystać z metod rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Dla potrzeb niniejszej pracy adaptowano zasady formułowania prostych prób statystycznych, obejmujących obserwacje zużycia wody [5, 6]. Na tej podstawie poddano analizie statystycznej zbiory obserwacji maksymalnych natężeń odpływu ścieków o różnych czasach trwania: 5, 10, 20, 30, 60, 120, 180 i 240 min w kolejnych dniach roboczych, wolnych od pracy i świątecznych, z podziałem na okres jesienno-zimowy i wiosenno-letni w ciągu roku. Po przeprowadzeniu i przeanalizowaniu wyników testów jednorodności (Kolmogorowa i Wilkoxona) [1, 12] stwierdzono, że można zmniejszyć liczbę grup danych dla każdego stanowiska pomiarowego z 6 do 3 (pewne grupy danych zaliczono do tych samych populacji generalnych) i ostatecznie dane pogrupowano następująco:

- dane z dni roboczych w całym okresie pomiarów,
- dane z dni przedświątecznych i świątecznych w okresie jesienno-zimowym,
- dane z dni przedświątecznych i świątecznych w okresie wiosenno-letnim.

Z danych doświadczalnych [8] wynika, że rozkłady częstości maksymalnego odpływu ścieków w czasie doby ($q_{\max}^t$) mogą być w praktyce aproksymowane dwoma lewostronnie (od dołu) ograniczonymi rozkładami teoretycznymi (odpływ ścieków nie może przyjmować wartości mniejszych od zera, dlatego do opisu jego losowych właściwości należy stosować rozkłady lewostronnie ograniczone [5]):

- dwu lub trzyparametrowym (przesuniętym) rozkładem logarytmiczno-normalnym (LN),
- dwu lub trzyparametrowym (przesuniętym) rozkładem Pearsona III typu (G), zwanym również rozkładem gamma.

Ponieważ dane empiryczne są niewystarczające do wyraźnego preferowania jednego z rozkładów, uznano za celowe przyjęcie do dalszej analizy rozkładu gamma (G) [3—5]. Po wyznaczeniu estymatorów parametrów rozkładu gamma α_1 , λ_1 , ε_1 , zbadano zgodność rozkładu empirycznego z rozkładem teoretycznym za pomocą statystycznych testów zgodności χ^2 Pearsona i λ Kolmogorowa [3, 4, 12]. Po przeanalizowaniu wyników testów χ^2 i λ dla założonego poziomu ufności $P\alpha=0,95$ stwierdzono zgodność między rozkładem empirycznym i rozkładem gamma dla dni przedświątecznych i świątecznych, zarówno dla okresu wiosenno-letniego jak i jesienno-zimowego, natomiast nie stwierdzono tej zgodności dla dni roboczych z okresu całego roku. Przyjęto zatem hipotezę, że maksymalne natężenia odpływu ścieków dla dni roboczych ($q_{\max}^t$) podlegają ograniczonemu od dołu rozkładowi logarytmiczno-normalnemu. Po wyznaczeniu estymatorów parametrów rozkładu LN zbadano zgodność rozkładu empirycznego z rozkładem LN za pomocą statystycznych testów zgodności χ^2 Pearsona i λ Kolmogorowa, stwierdzając poprawność założonej hipotezy. Dlatego też do probabilistycznego opisu natężenia odpływu ścieków w dniach roboczych zastosowano rozkład logarytmiczno-normalny [3, 4, 12].

Probabilistyczne ujęcie maksymalnego natężenia odpływu ścieków o różnym czasie jego trwania

Uwzględniając poprzednio sformułowane kryteria jednorodności i niezależności elementów próby statystycznej, wyznaczono dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa maksymalnego (w czasie doby) odpływu ścieków o różnym czasie trwania i na tej podstawie odpowiednie kwantyle zmiennych ($Q_{\max}^t$). Przykładowy graficzny obraz dystrybuanty statystycznego rozkładu gamma dla jednego ze stanowisk pomiarowych dni przedświątecznych i świątecznych okresu wiosenno-letniego przedstawiono na rys. 1.

Po analizie wyników obliczeń stwierdzono, że dla różnych okresów roku i różnych grup dni, największe wartości osiągają kwantyle dla dni przedświątecznych i świątecznych okresu wiosenno-letniego. Wobec tego, że może istnieć statystycznie istotna zależność między maksymalnym natężeniem odpływu ścieków a czasem jego trwania i prawdopodobieństwem osiągnięcia lub przewyższenia, dokonano próby zbadania korelacji między tymi czynnikami w odniesieniu do wyników uzyskanych z poszczególnych stanowisk pomiarowych. Aby określić rodzaj funkcji matematycznej opisującej tę zależność, odwzorowano graficznie zależność maksymalnego natężenia przepływu ścieków do czasu jego trwania dla różnych prawdopodobieństw (osiągnięcia lub przewyższenia), oddzielnie dla każdego stanowiska pomiarowego. Stwierdzono na tej podstawie, że najlepiej zależność tę opisują równania wykładnicze.

Dla ułatwienia porównania otrzymanych wyników odniesiono je do jednego mieszkańca (operując w dalszym ciągu tzw. jednostkowym natężeniem odpływu ścieków). Zależność jednostkowego, maksymalnego w ciągu doby, natężenia odpływu ścieków dla każdego stanowiska pomiarowego $q_{\max_j}^{mk}$ (t , p), od czasu trwania od-

pływu t (w granicach od 5 do 240 min) i od prawdopodobieństwa przewyższenia p (w granicach od 1 do 50%), można opisać za pomocą następującej funkcji wykładniczej:

$$q_{\max_j}^{mk}(t, p) = A_1 \cdot t^{m_1} \cdot p^{n_1}, \text{ dm}^3/\text{s mk} \quad (1)$$

Po przeanalizowaniu otrzymanych wyników stwierdzono, że największe wartości osiągają kwantyle $q_{\max_j}^{mk}(t, p)$ dni przedświątecznych

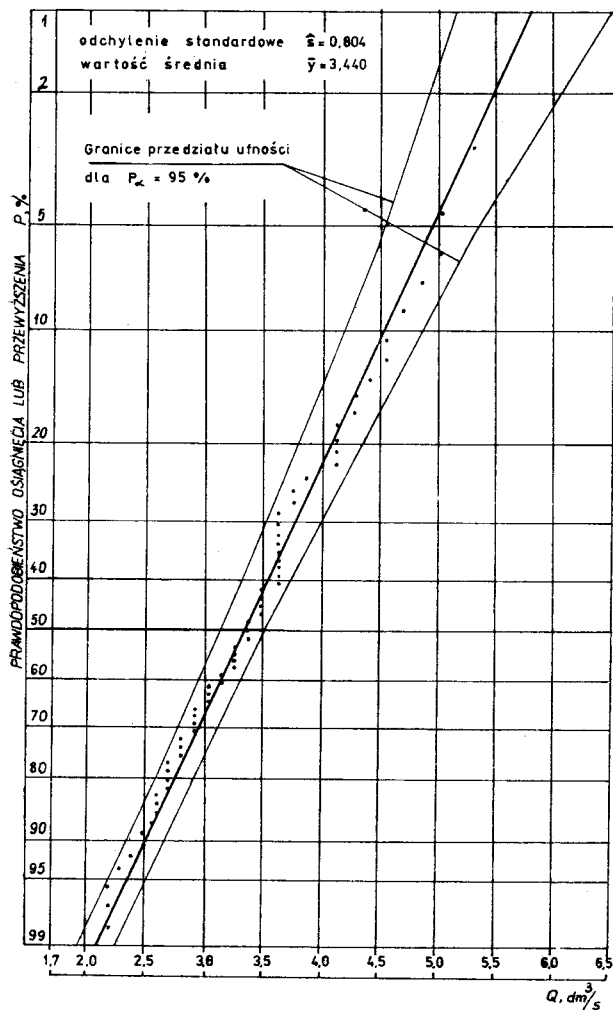
i świątecznych w okresie wiosenno-letnim. Ponieważ do określenia miarodajnych natężeń przepływu ścieków w przewodach sieci kanalizacyjnej bierze się wartości maksymalnych natężeń przepływu, w dalszym opracowaniu wzięto pod uwagę tylko wartości kwantyli z dni przedświątecznych z okresu wiosenno-letniego. Z danych zamieszczonych w pracy [8] wynika, że maksymalne w dobie natężenie przepływu ścieków, niezależnie od prawdopodobieństwa, okresu roku i dnia tygodnia, maleje wraz ze wzrostem jego czasu trwania. Najszybciej maleje ono w przedziale od 5 do 60 min. Wraz ze zmniejszaniem się wartości prawdopodobieństwa (osiągnięcia lub przewyższenia), niezależnie od okresu roku i dni tygodnia, jednostkowe maksymalne natężenie odpływu ścieków osiąga większe wartości dla tych samych czasów trwania odpływu. Analiza wyników doprowadziła do wniosku, że może istnieć statystycznie istotna zależność również między maksymalnym w ciągu doby natężeniem odpływu ścieków, a czasem jego trwania i liczbą mieszkańców oraz prawdopodobieństwem osiągnięcia lub przewyższenia. Skłoniło to do podjęcia próby zbadania korelacji między tymi czynnikami. Stwierdzono, że wykresy rozważanych zależności są podobne do opisanych wcześniej, tzn. że można je opisać również równaniami wykładniczymi podobnego typu. Ponieważ jednak średnie błędy aproksymacji były dość duże, dlatego podjęto próbę aproksymacji innymi typami równań [8]. Analiza błędów aproksymacji wykazała, że najlepsze przybliżenie daje równanie:

$$q_{\max_j}^p(t, mk) = B + A_3 \cdot t^{m_3} \cdot mk^{n_3}, \text{ dm}^3/\text{s mk} \quad (2)$$

gdzie:

$q_{\max_j}^p(t, mk)$ — maksymalne jednostkowe natężenie odpływu ścieków dla danego prawdopodobieństwa, $\text{dm}^3/\text{s mk}$
 t — czas trwania odpływu maksymalnego natężenia od 5 do 240 min, min
 mk — liczba mieszkańców
 B, A_3, m_3, n_3 — parametry, których wartości liczbowe określono metodą najmniejszych kwadratów.

Funkcja (2) aproksymuje kwantyle jednostkowych natężeń odpływu ścieków oraz opisuje zależność tych kwantyli od czasu trwania od-



Rys. 1 Wykres empirycznej dystrybucyjnej rozkładu prawdopodobieństwa osiągnięcia lub przewyższenia p.%, w czasie dni przedśw. i świąt. okresu wiosenno-letniego

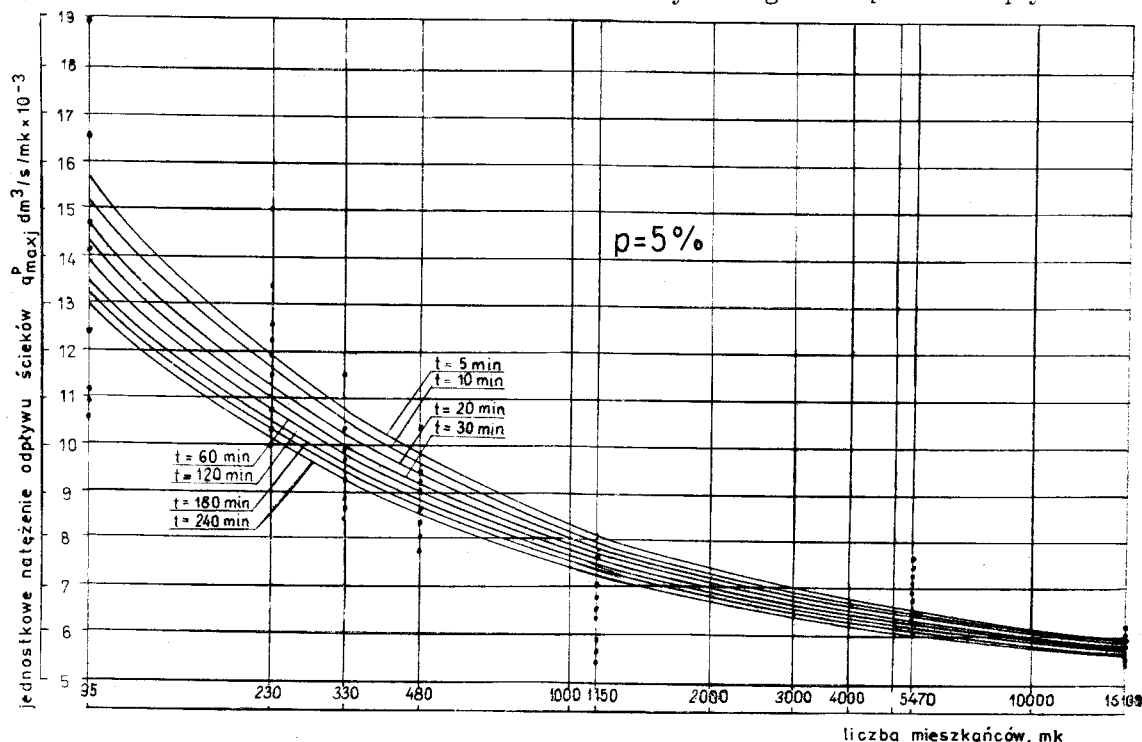
przepływu (od 5 do 240 min) i liczby mieszkańców (w zakresie od 95 do 16 100), dla prawdopodobieństw osiągnięcia lub przewyższenia $p=1, 5, 10, 20, 30$ i 50% . Dla każdego z wymienionych prawdopodobieństw opracowano po jednym równaniu wykładniczym o różnych wartościach parametrów B, A_3, m_3, n_3 .

Z danych zamieszczonych w pracy [8] oraz zależności graficznych (rys. 2) wynika, że jednostkowe maksymalne natężenie przepływu ścieków, niezależnie od czasu trwania przepływu (dla wszystkich prawdopodobieństw), maleje wraz ze wzrostem liczby mieszkańców. Przy czym maleje ono najszybciej w przedziale od 95 do około 500 mieszkańców, wolniej w przedziale 500—1000 mk, a najwolniej w przedziale powyżej 5 500 mieszkańców.

Wobec tego, że istnieje statystycznie istotna zależność między jednostkowym (maksymalnym w ciągu doby) natężeniem odpływu ścieków a czasem trwania przepływu i prawdopodobieństwem osiągnięcia lub przewyższenia oraz między tym natężeniem a czasem trwania przepływu i liczbą mieszkańców, dokonano próby zbadania korelacji wielokrotnej, między jednostkowym maksymalnym w ciągu doby natężeniem odpływu ścieków ($q_{\max_j}$) a czasem trwania (t), liczbą mieszkańców (mk) i prawdopodobieństwem osiągnięcia lub przewyższenia (p), zgodnie z relacją:

$$q_{\max_j}(t, m, p) = A_{10} \cdot t^{m_{10}} \cdot mk^{n_{10}} \cdot p^k, \text{ dm}^3/\text{s mk} \quad (3)$$

Aproksymowano zatem kwantyle maksymalnych w ciągu doby natężeń odpływu ścieków (wg wzoru (3)) dla dni wolnych od pracy i świątecznych w okresie wiosenno-letnim, po przeliczeniu ich na kwantyle jednostkowego maksymalnego natężenia odpływu ścieków.



Rys. 2 Wykresy zależności $q_{\max}^p(t, mk)$ w dniach wolnych od pracy i świątecznych. Prawdopodobieństwo osiągnięcia lub przewyższenia $p=5\%$, okres wiosenno-letni

Wprowadzając współczynniki aproksymacji do równania (3) otrzymano szczegółową jego postać:

$$q_{\max_j}(t, mk, p) = 0,03306 t^{-0,07379} \cdot mk^{-0,12941} \cdot p^{-0,12951} \quad (4)$$

Wzór ten aproksymuje dość dokładnie w/w kwantyle jednostkowego maksymalnego w ciągu doby natężenia odpływu ścieków. Określa zatem probabilistyczny model jednostkowego maksymalnego w ciągu doby natężenia odpływu ścieków z wielorodzinnych budynków mieszkalnych i osiedli mieszkaniowych o współczesnym standardzie wyposażenia sanitarnego, o czasie trwania w zakresie od 5 do 240 min, liczbie mieszkańców w zakresie od 95 do 16 100 i prawdopodobieństwie osiągnięcia lub przewyższenia w granicach od 1 do 50%. Wzór (4) ujmuje jednocześnie retencję kanałową osiedlowej sieci kanalizacji bytowo-gospodarczej ułożonej z minimalnymi spadkami, przy typowej gęstości zabudowy nowo wybudowanych osiedli.

Wnioski

1. Natężenie odpływu ścieków może być rozpatrywane jako zmienna losowa jednostronnie ograniczona, dlatego przy jego analizie można korzystać z metod rachunku prawdopodobieństwa, analogicznie jak przy badaniach zużycia wody.

LITERATURA

1. J. R. BENJAMIN, C. A. CORNELL: Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów. WNT, Warszawa 1977.
2. W. BŁASZCZYK: Kanalizacja, tom I. Arkady, Warszawa 1974.
3. Z. KACZMAREK: Metody statystyczne w hydrologii i meteorologii. WKiŁ, Warszawa 1970.
4. Z. KACZMAREK: Przedział ufności jako miara dokładności oszacowania prawdopodobnych przepływów powodziowych, Wiad. Służby Hydrol., VII, 4, 1960.
5. Z. SIWON: Podstawy probabilistycznego modelowania zużycia i zapotrzebowania na wodę w miastach. Arch. Hydrot., 1980 nr 3.
6. Z. SIWON, S. BOGACZEWICZ, J. CIEŻAK: Opracowanie metod prognozowania zapotrzebowania na wodę w aglomeracji miejsko-przemysłowej. Raporty Inst. Inż. Ochr. Środ. PWr. Seria SPR nr 26/79 i 6/80. Wrocław 1979, 1980.

2. Uzyskane wyniki dotyczą wielorodzinnych budynków mieszkalnych o współczesnym standardzie wyposażenia mieszkań, odpowiadającym 7 klasie wg WTP MGK [1] lub 1 klasie wg IKŚ [10] przy liczbie mieszkańców w granicach od 95 do 16 100. W innych warunkach uzyskane zależności mogą mieć inny przebieg.

3. Maksymalne w ciągu doby natężenie odpływu ścieków, a więc miarodajne do projektowania sieci kanalizacyjnej, występowało w dniach przedświątecznych i świątecznych w okresie wiosenno-letnim. Zależało ono od liczby mieszkańców, czasu trwania odpływu, a także od wielkości prawdopodobieństwa osiągnięcia lub przewyższenia tego natężenia. Maksymalne w ciągu doby natężenia odpływu ścieków maleje wraz ze wzrostem czasu trwania odpływu i prawdopodobieństwa osiągnięcia lub przewyższenia.

4. Przedstawiony model matematyczny maksymalnego w ciągu doby natężenia odpływu ścieków obejmuje wpływ retencji kanałowej osiedlowej sieci kanalizacyjnej, budowanej w terenie płaskim lub o małych spadkach.

5. Dalsze badania w tym kierunku mają na celu opracowanie metodyki i zakresu badań, poprzedzających projektowanie systemu odprowadzania ścieków i stanowiących podstawę racjonalnej eksploatacji takiego systemu oraz opracowanie nowej metodyki określania miarodajnych natężeń odpływu ścieków bytowo-gospodarczych z miast, dla potrzeb projektowania systemów usuwania ścieków.

7. N. W. SMIRNOW: Kurs rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej dla zastosowań technicznych. PWN, Warszawa 1973.
8. A. WARTALSKI: Probabilistyczny model maksymalnego w dobie natężenia odpływu ścieków z budynków wielorodzinnych i osiedla mieszkaniowego. Rozprawa doktorska, Wrocław 1985.
9. A. WARTALSKI: Pomiar natężenia przepływu ścieków w kanalizacji sanitarnej. Ochrona Środowiska, Wyd. PZITS nr 488/1—2(27—28), Wrocław 1986.
10. Wytyczne do prognozowania zapotrzebowania wody i ilości ścieków miejskich w jednostkach osadniczych, MAGTOŚ — IKŚ, Warszawa, 1978.
11. Wytyczne techniczne projektowania wielkości wodociągu komunalnego w zakresie zapotrzebowania wody. Dz. U. PRL nr 16, 1966.
12. R. ZIELIŃSKI: Tablice statystyczne. PWN, Warszawa 1972.

A. Wartalski

PROBABILISTIC MODEL DESCRIBING THE MAXIMUM RATE OF DOMESTIC SEWAGE DISCHARGE

Presented is the method of determining the quantiles of the maximum domestic sewage discharge rate for

dwelling houses and housing estates, which occurs during 24 hours and has various lengths of duration. The models given in this paper relate the unit maximum rate of sewage discharge to the number of inhabitants, the duration of discharge, and the probability that this maximum will be achieved or exceeded.