

Pavel Urcikán

MODELOWANIE PRZEBIEGU NATĘŻENIA DESZCZU W CZECHOSŁOWACJI

Odływ ścieków deszczowych na terenach miejskich zależy od wielkości zlewni, charakterystyki hydraulicznej sieci deszczowej oraz cech hydrologicznych, z których największe znaczenie ma roczna suma opadów, czas trwania deszczu, jego maksymalne natężenie oraz kształt krzywej natężenia deszczu. Model deszczu o stałym natężeniu (zwany dalej modelem prostokątnym) cechuje stałe natężenie, stały czas trwania oraz stała częstotliwość. Jednakże takie deszcze w rzeczywistości nie występują. Przy wymiarowaniu rozległych sieci kanalizacyjnych o dużych przekrojach kanału stosuje się modele deszczów o zmiennym natężeniu, przy czym odpływ ścieków symulowany jest za pomocą modeli dynamicznych (analityczno-syntetycznych). W obliczeniach kompleksowych i bardziej szczegółowych stosuje się ciągłą symulację odpływu, w której jako wstępne dane wykorzystuje się serie hydrogramów deszczów rzeczywistych. Do wymiarowania przekrojów kanałów oraz zbiorników retencyjnych często wystarcza zastosowanie modelu deszczu o zmiennym natężeniu, statystycznie określonym położeniem maksymalnego natężenia, maksymalnej wartości natężenia deszczu oraz całkowitym czasie trwania i częstotliwości występowania. Modele deszczu stosuje się do obliczeń sieci kanalizacji deszczowej już prawie od 30 lat [1]. Na rys. 1 pokazano różne modele deszczów o czasie trwania 1 godziny, suma-

rycznym opadzie 50 mm i średnim natężeniu $i = 50 \text{ mm/ha}$ ($140 \text{ dm}^3/\text{sha}$) [2]. Dane dotyczące modeli deszczów opublikował w CSRS Čížek [3] a później Šifalda [4]. Čížek przy opracowywaniu modelu deszczu, podobnie jak Keifer i Chu [1], wykorzystywał krzywą deszczu prostokątnego o określonej częstotliwości ($p = \text{const.}$), w postaci zależności:

$$i = \frac{C}{(t+B)^a} \quad (1)$$

gdzie:

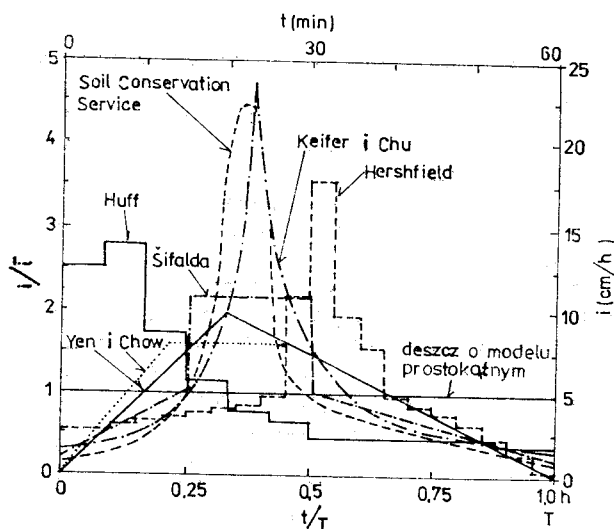
i — natężenie deszczu, mm/h
 t — czas trwania deszczu, min
 a, B, C — parametry deszczu zależne od warunków lokalnych i częstotliwości pojawiania się deszczu.

W metodzie tej zastosowano warunek równości wysokości opadów w czasie deszczu o natężeniu wg modelu i wysokości opadu w czasie deszczu o stałym natężeniu i o tym samym czasie trwania:

$$\int_0^t I dt = i \cdot t \quad (2)$$

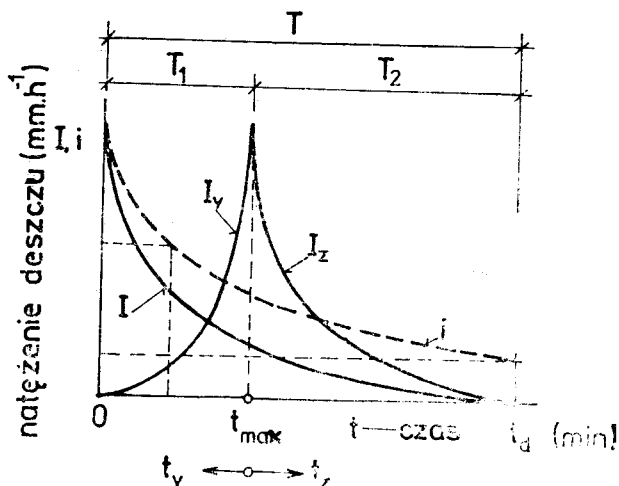
Po podstawieniu zależności (1) do równania (2) oraz po jego rozwiązaniu otrzymano równanie modelu deszczu, którego natężenie monotonnie maleje od wartości maksymalnej na początku deszczu (rys. 2):

$$I = \frac{C}{(t+B)^a} - \frac{a \cdot C \cdot t}{(t+B)^{a+1}} \quad (3)$$



Rys. 1 Modele deszczów wg różnych autorów

Doc. Ing. P. Urcikán, CSc: Slovenská vysoká škola technická,
Stavebná fakulta, Radlinského ul. č. 11, 813 68 Bratislava,
CSRS.



Rys. 2 Schemat modelu potęgowego

Przez przesunięcie maksymalnej wartości natężenia deszczu z punktu początkowego ($t=0$) do najbardziej prawdopodobnego czasu jej występowania w deszczach rzeczywistych ($t_{\max}$), można na podstawie równania (3) uzyskać zależność do obliczania natężenia I_v w rosnącej części krzywej modelu deszczu dla ($t \leq t_{\max}$):

$$I_v = \frac{C}{\left(\frac{TT_1 - tT}{T_1} + B\right)^a} - \frac{aC \left(\frac{TT_1 - tT}{T_1}\right)}{\left(\frac{TT_1 - tT}{T_1} + B\right)^{a+1}} \quad (4)$$

oraz do obliczania natężenia I_z w malejącej części krzywej modelu deszczu dla ($t_{\max} \leq t \leq T$):

$$I_z = \frac{C}{\left[\left(\frac{t - T_1}{T_2}\right) \frac{T}{T_2} + B\right]^a} - \frac{aC(t - T_1) \frac{T}{T_2}}{\left[\left(\frac{t - T_1}{T_2}\right) \frac{T}{T_2} + B\right]^{a+1}} \quad (5)$$

gdzie:

T_1 — czas wzrostu natężenia deszczu ($T_1 = t_{\max}$), min

T_2 — czas zmniejszenia się natężenia deszczu, min

T — całkowity czas trwania deszczu, min

t — czas od początku deszczu, min.

Niestety dotychczas brak jest danych niezbędnych do wyznaczenia wartości parametrów a , B i C dla poszczególnych regionów Czechosłowacji. Nie ustalono też czasu występowania maksymalnej wartości natężenia deszczu $t_{\max}$ na wielu obszarach.

Do modelowania deszczów w RFN i Szwajcarii stosuje się częściej zamiast równania (1) następującą zależność:

$$i = \frac{C}{t + B} \quad (6)$$

w której parametry B i C określone są dla danej wartości częstotliwości ($p = \text{const.}$), na podstawie zapisów ombrograficznych, na poszczególnych terenach kraju. Natomiast na Węgrzech zamiast równania (1) stosuje się równanie:

$$i = \frac{C}{t^a} \quad (7)$$

Formuły (1), (6) i (7) nie są jednakowo przydatne, gdyż mają różne przedziały stosowności na poszczególnych terenach, w zależności od częstotliwości i czasu deszczów krótkotrwałych o modelu prostokątnym ($t \leq 10$ min). Stąd

różny jest stopień dokładności określenia wartości natężenia deszczu $I_{\max}$. W tabeli 1 podano równania dla rosnącej i malejącej części krzywej natężenia deszczu.

Jeżeli wartości natężeń deszczów o modelu prostokątnym, obliczone dla założonych częstotliwości ($p = \text{const.}$), naniesiemy na wykres o współrzędnych ($\log i$) na osi rzędnych i ($\log t$) na osi odciętych, to otrzymamy zawsze zbiór punktów, którego przebieg bez względu na wartość częstotliwości można w przybliżeniu aproksymować krzywą. Jakkolwiek równanie (7) aproksymuje przebieg punktów we współrzędnych podwójnie logarytmicznych w przybliżeniu w postaci linii prostej, to jednak dla czasów $t \leq 10$ min wartości natężeń deszczu o modelu prostokątnym różnią się znacznie od wartości obliczonych z tego równania, przy czym im czas (t) jest krótszy, tym te różnice są większe. Jeżeli zatem przy wyprowadzaniu matematycznych modeli deszczów korzysta się z równania (7), wpływa to negatywnie na przebieg krzywej natężeń deszczu w pobliżu jego maksymalnej wartości ($I_{\max}$). Tego rodzaju model deszczu w przedziale $t < -10; +10$ min wokół maksimum może powodować znaczne przewymiarowanie wartości jego natężenia. Przebieg krzywej natężeń deszczów o modelu prostokątnym (w układzie podwójnie logarytmicznym) dokładniej opisuje równanie (6), przy czym na przebieg linii, wykreślonych przy pomocy tego równania ma wpływ wartość parametru B , określonego dla warunków lokalnych. Na podstawie analizy regresyjnej danych z 74 stacji ombrograficznych w Czechosłowacji, proponuje się pięcioparametrowy model matematyczny do obliczania natężenia deszczów o modelu prostokątnym [5]:

$$q = \frac{C}{t + B}$$

w którym.

$$C = q_{15}(15 + b) \frac{p^{-\gamma} - d}{1 - d}; \quad B = b p^{-b_1}$$

gdzie:

q — natężenie deszczu o modelu prostokątnym, dm^3/sha

q_{15} — natężenie deszczu przy częstotliwości $p = 1,0$ i czasie trwania $t = 15$ min, dm^3/sha

t — czas, min

p — częstotliwość występowania deszczu

b, b_1, c, d, γ — lokalne parametry bezwymiarowe.

Różnice wartości natężeń deszczów o modelu prostokątnym, obliczonych przy pomocy równania (8) i pomierzonych w 74 stacjach ombrograficznych osiągały dla czasu $t = 5$ min dosyć wysokie (przeważnie ujemne wartości) i wynosiły: dla $p = 1,0$ w przedziale $< -23,3\%; 1,1\% >$ oraz dla $p = 0,2$ w przedziale $< -22,6\%; 1,2\% >$. Dla czasu $t = 10$ min różnice te wynosiły: dla $p = 1,0$ w przedziale $< -8,1\%; 4,2\% >$ oraz dla $p = 0,2$ w przedziale $< -8,4\%; 3,5\% >$. Ujemne wartości różnic zanotowano w odniesieniu do danych z 67, a nawet 72 stacji ombrograficznych. Z tego powodu równań (6) i (8) nie zaleca się do modelowania przebiegu natężeń deszczów.

Tabela 1
RÓWNANIA MODELI DESZCZÓW

deszcz o modelu prostokątnym	deszcz o modelu potęgowym	
	krzywa rosnąca ($t < t_{\max}$)	krzywa malejąca ($t > t_{\max}$)
$i = \frac{C}{t + B}$	$I_v = \frac{C \cdot B}{\left(\frac{t_v}{r} + B\right)^2}$	$I_z = \frac{C \cdot B}{\left(\frac{t_z}{1-r} + B\right)^2}$
$i = \frac{C}{t^a}$	$I_v = \frac{C(1-a)}{\left(\frac{t_v}{r}\right)^a}$	$I_z = \frac{C(1-a)}{\left(\frac{t_z}{1-r}\right)^a}$
$t_v = t_{\max} - t$	$t_z = t - t_{\max}$	$r = t_{\max}/T$

Na podstawie pomiarów natężenia deszczów w Słowacji, określono wartości parametrów K , a oraz B dla częstotliwości $p \in \langle 0,02; 5 \rangle$ do następującego równania:

$$q = \frac{K}{t^a + B} \quad (9)$$

Wartości parametrów K , B , a , wykazywały znaczną zależność od częstotliwości (p), a także od warunków lokalnych. Do obliczania wartości tych parametrów wyprowadzono następujące równania:

$$K = q_0 (20'' + \beta) p^{-\gamma} - D \quad (10)$$

$$B = \beta p^{-\beta_1} \quad (11)$$

$$a = \alpha p^{\alpha_1} \quad (12)$$

gdzie:

q — natężenie deszczu o modelu prostokątnym, dm^3/sha

q_0 — natężenie deszczu charakterystyczne dla warunków lokalnych, dm^3/sha

t — czas, min

p — częstotliwość występowania deszczu

$\alpha, \alpha_1, \beta, \beta_1, \gamma, D$ — parametry lokalne, których wartości można wyznaczyć z map izolinii [6, 7] lub z odpowiednich tabel opracowanych dla całego terytorium Słowacji [6, 8],

Siedmioparametrowy nieliniarny model opisany równaniem (9), stosowany do wyznaczania krzywej natężenia deszczu o modelu potęgowym wg równania (2), ma szeroki przedział zastosowania w odniesieniu do częstotliwości $p \in \langle 0,01; 5 \rangle$ i czasów trwania deszczów o modelu prostokątnym w przedziale $t \in \langle 5; 180 \text{ min} \rangle$. Porównując wartości natężeń deszczów pomierzonych w Bratysławie z wartościami obliczonymi przy pomocy równania (9), otrzymano różnice w zakresie od $-5,0\%$ do $+11,5\%$ dla prawdopodobieństw od 0,01 do 5,0. W tabeli 2 porównano wartości natężeń deszczów obliczonych przy pomocy równania (9) oraz wartości natężenia deszczów zarejestrowanych w 74 stacjach ombrograficznych.

Ze względu na doskonałą zgodność wartości obliczonych z wartościami rzeczywistymi natężenia deszczów dla czasu 5 i 10 min można także oczekiwać, że ekstrapolowana wartość

maksymalnego natężenia będzie wystarczająco dokładna dla czasu $t=2 \text{ min}$, który stosuje się przy opracowywaniu modelu deszczów. Aby wyrazić wartość natężenia deszczu (i) w mm/h lub w mm/min należy równanie (9) pomnożyć odpowiednio przez stałą $k=0,36$ lub $k=0,006$. Dla terenów, gdzie nie ma własnych obserwacji ombrograficznych, można ustalić wartości parametrów lokalnych $q_0, \alpha, \alpha_1, \beta, \beta_1, \gamma$ oraz D przy pomocy wartości odpowiednich parametrów dla trzech najbliższych stacji ombrograficznych, np. dla parametru α :

$$\alpha = \frac{1}{m} \left(\frac{\alpha_1}{L_1} + \frac{\alpha_2}{L_2} + \frac{\alpha_3}{L_3} \right) \quad (13)$$

gdzie:

$$m = 1/L_1 + 1/L_2 + 1/L_3$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — wartości parametrów dla stacji ombrograficznych 1, 2, i 3

L_1, L_2, L_3 — odległości stacji ombrograficznych 1, 2, 3 od danego terenu nie posiadającego stacji ombrograficznej.

Wykorzystując równania (9) i (2) do wyprowadzenia zależności potęgowej modelu deszczu, otrzymano dla rosnącej części krzywej modelu deszczu (dla $t \leq t_{\max}$) równanie:

$$I_v = \frac{k K \left[B + (1-a) \left(\frac{t_{\max}-t}{r} \right)^a \right]}{\left[\left(\frac{t_{\max}-t}{r} \right)^a + B \right]^2} \quad (14)$$

oraz dla malejącej części krzywej modelu deszczu (dla $t_{\max} \leq t \leq T$) następujące równanie:

$$I_z = \frac{k K \left[B + (1-a) \left(\frac{t-t_{\max}}{1-r} \right)^a \right]}{\left[\left(\frac{t-t_{\max}}{1-r} \right)^a + B \right]^2} \quad (15)$$

gdzie:

I_v, I_z — natężenie deszczu wg modelu, w mm/h lub w mm/min , w zależności od przyjętej wartości stałej liczbowej k , wartości parametrów K, B, a (określone dla dowolnego terenu na terytorium Słowacji) można obliczyć przy pomocy równań (10), (11), (12) lub (13)

$t_{\max}$ — czas występowania maksymalnego natężenia deszczu, min

Tabela 2
RÓŻNICE POMIĘDZY WARTOŚCIAMI NATĘŻEN DESZCZÓW O MODELU PROSTOKĄTNYM, OBLICZONYCH Z RÓWNAŃ (9)
A WARTOŚCIAMI ZMIERZONYMI W STACJACH OMBROGRAFICZNYCH W CSRS

różnica, %	p	t				
		5 min	10 min	60 min	90 min	120 min
średnia	maksymalna	$\langle -2,3 ; 4,0 \rangle$	$\langle -1,7 ; 4,8 \rangle$	$\langle -3,2 ; 7,1 \rangle$	$\langle -3,8 ; 18,7 \rangle$	$\langle -6,2 ; 21,1 \rangle$
	ujemna	-0,98	-0,6	-1,41	-1,82	-1,76
	ilość stacji	18	7	15	14	5
	dodatnia	1,44	1,53	2,94	4,85	8,11
	ilość stacji	56	67	59	68	63
średnia	maksymalna	$\langle -2,3 ; 3,4 \rangle$	$\langle -2,4 ; 2,2 \rangle$	$\langle -5,2 ; 3,9 \rangle$	$\langle -6,9 ; 7,6 \rangle$	$\langle -3,6 ; 10,9 \rangle$
	ujemna	-0,81	-0,99	-2,04	-2,6	-1,7
	ilość stacji	38	52	51	40	10
	dodatnia	0,98	0,69	1,61	2,08	4,18
	ilość stacji	36	22	23	34	58

T — całkowity czas trwania deszczu, min
r — wartość względna, $r = t_{\max}/T$.

WARTOŚCI PARAMETRU r			Tabela 3
lokalizacja stacji ombrograficznej	okres obserwacji	ilość opracowanych deszczów	$r = t_{\max}/T$
Piešťany	1975 — 1976	93	0,230
	1978 — 1980		
Hurbanovo	1975 — 1977	94	0,200
	1979 — 1980		
Lučenec	1976 — 1980	72	0,230
Trebišov	1976 — 1980	113	0,286
Kamenica n/C	1976 — 1980	117	0,300
Stropkov	1976 — 1980	114	0,271
Poprad	1976 — 1980	76	0,323
Zilina	1976 — 1980	130	0,311

Wartość (r) podano w tabeli 3 jako wartości medianowe dla 8 stacji ombrograficznych rozmieszczonych równomiernie na terenie Słowacji (rys. 3).



Rys. 3 Rozmieszczenie stacji ombrograficznych na terenie Słowacji

W obliczeniach wzięto pod uwagę deszcze naturalne z pięcioletniego okresu ich występowania. Na rysunku 4 przedstawiono model deszczu dla Bratysławy.

Przebieg tego deszczu obliczono przy pomocy równania (14) dla rosnącej części krzywej:

$$L_v = \frac{9,31 \left[1,88 + 0,185 \left(\frac{40-t}{0,333} \right)^{0,815} \right]}{\left[\left(\frac{40-t}{0,333} \right)^{0,815} + 1,88 \right]^2}$$

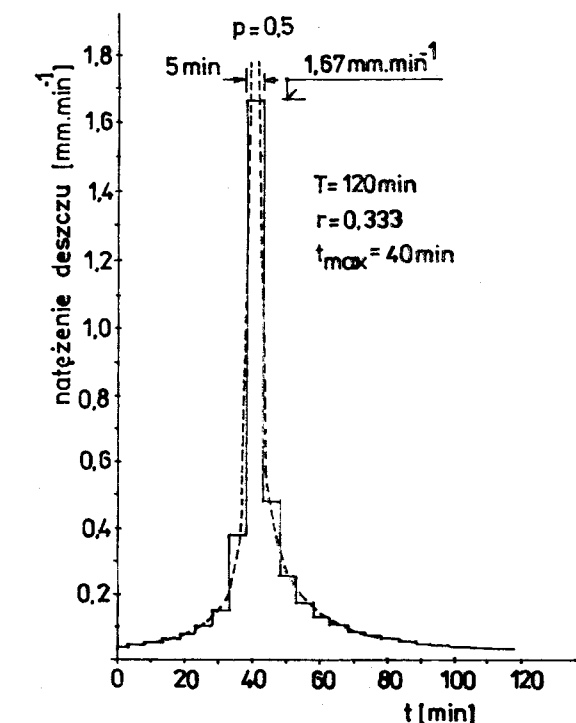
natomiast dla malejącej części krzywej przy pomocy równania (15):

$$I_z = \frac{9,31 \left[1,88 + 0,185 \left(\frac{t-40}{0,666} \right)^{0,815} \right]}{\left[\left(\frac{t-40}{0,666} \right)^{0,815} + 1,88 \right]^2}$$

Przyjęto następujące wartości parametrów: $k=0,006$; $p=0,5$; $q_0=95,1 \text{ dm}^3/\text{sha}$; $\alpha=0,79$; $\alpha_1=-0,045$; $\beta=1,46$; $\beta_1=0,368$; $\gamma=0,313$; $D=-0,31$; $K=1552$; $a=0,815$; $B=1,88$; $t_{\max}=40 \text{ min}$; $T=120 \text{ min}$; $r=0,333$. Wartości I_v oraz I_z podano w mm/min. W podobny sposób można wyznaczyć krzywą modelu natężenia deszczu dla dowolnych terenów na terytorium Słowacji, co stwarza dobre warunki do zastosowania modeli dynamicznych do obliczania odpływu wód deszczowych również tam, gdzie nie ma własnych stacji ombrograficznych.

LITERATURA

1. C. J. KEIFER, H. H. CHU: Syntetic storm pattern for drainage design. J. Hyd. Div, ASCE, 83 HY 4, 1332, 1957.
2. A. O. AKAN, B. C. YEN: Effect of time distribution of rainfall on everland runoff. Proc. Third Intern. Conference Urban Storm Drainage, Göteborg, 1984.
3. P. ČIŽEK, F. HEREL, Z. KONÍČEK: Stoková a čištění odpadních vod. Praha, SNTL, 1970.
4. V. ŠIFALDA: Entwicklung eines Berechnungsregens für die Bemessung von Kanalnetzen. GWF — Wasser/Abwasser, 114, 1973.
5. P. URČIKÁN: Zjednodušený nelineárny matematický model výdatnosti náhradných dažďov. Vodohospod. čas., 29, 1981, č. 4.
6. P. URČIKÁN, J. HORVÁTH: Matematické závislosti intenzít krátkodobých dažďov v SSR. Záver. správa výsk. úlohy S-R-30-KP-113, Bratislava, Staveb. fakulta SVST, 1979.
7. P. URČIKÁN: Matematický model intenzít krátkodobých náhradných dažďov. Vodohospod. čas., 28, 1980, č. 5.
8. P. URČIKÁN: Príspevok k výpočtu výdatnosti náhradných dažďov. Vod. hospodárství, 31, 1981, č. 5.



Rys. 4 Model deszczu dla Bratysławy

P. Urcikán

MODELLING OF RAINFALL INTENSITY IN CZECHOSLOVAKIA

The methods of dimensioning which are now in use in Czechoslovakia involve various models of rainfall.

In this report, particular consideration is given to a modified model of rainfall. The model is well suited for the calculation of storm sewers in an arbitrary area of Slovakia. But it may also be useful when applied to areas with no ombrographic observations.