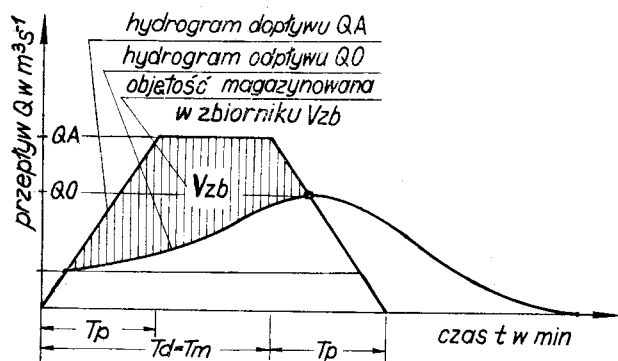


Józef Dziopak

AKUMULACJA ŚCIEKÓW DESZCZOWYCH W KANALIZACYJNYCH ZBIORNIKACH RETENCYJNYCH

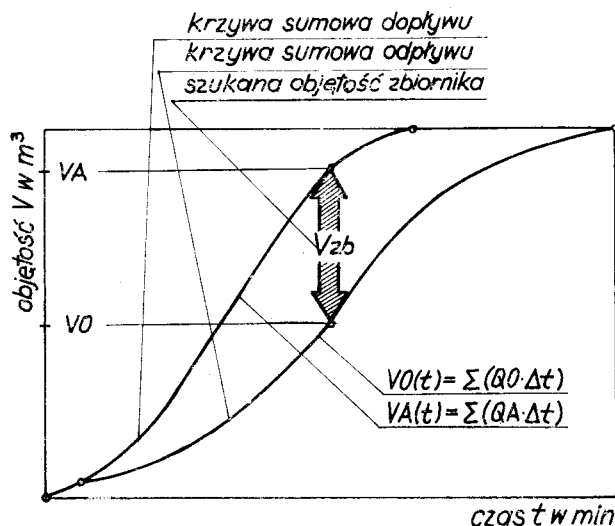
Podjęto dotychczas szereg prac naukowych, dotyczących metod wymiarowania zbiorników retencyjnych i ich techniczno-konstrukcyjnych rozwiązań, jako elementów sieci kanalizacyjnej. Stosowane w tych pracach metody obliczeniowe i modele matematyczne są formułowane w zależności od funkcji, jaką spełnia zbiornik retencyjny w systemie kanalizacji. Inne zatem kwestie są brane pod uwagę przy wymiarowaniu zbiorników odciażających hydraulicznie sieć kanalizacyjną, zatrzymujących pierwszą falę zanieczyszczeń lub też przeznaczonych do zatrzymania całego ładunku zanieczyszczeń [1]. Przedstawione poniżej rozwiązania dotyczą zbiorników retencyjnych, odciażających hydraulicznie sieć kanalizacyjną.

Metody obliczania zbiorników deszczowych są formułowane głównie w oparciu o znaną zasadę porównywania zmiennych w czasie dopływów i odpływów, przedstawionych w postaci hydrogramów. Obliczenia te można prowadzić dwoma sposobami. Pierwszy z nich polega na wyznaczeniu pola powierzchni figury utworzonej między hydrogramami dopływu i odpływu ze zbiornika (rys. 1) w czasie trwania i po zakończeniu opadu.



Rys. 1. Schemat przebiegu akumulacji ścieków deszczowych w zbiorniku retencyjnym

Drugi sposób stanowi odpowiednie rozwinięcie pierwszego i sprowadza się do wyznaczenia krzywych sumowych dopływu i odpływu ze zbiornika. Największa różnica rzędnych obydwu krzywych (rys. 2) stanowi poszukiwane rozwiązanie zadania.



Rys. 2. Krzywe sumowe dopływu i odpływu ze zbiornika retencyjnego

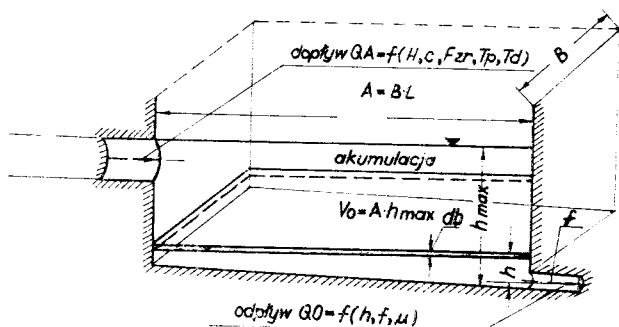
Podstawowe kwestie, które należy rozstrzygać przy formułowaniu metody obliczania zbiorników retencyjnych, sprowadzają się do ustalenia miarodajnego czasu trwania deszczu, potrzebnego do określenia niezbędnej pojemności zbiornika, a także hydrogramu dopływu ścieków deszczowych do zbiornika i hydrogramu odpływu tych ścieków ze zbiornika. Powyższe ustalenia są traktowane jako założenia wyjściowe do znanych metod wyznaczania pojemności zbiornika. Różnice w przyjętych założeniach i zasięg dokonanych uproszczeń, prowadzą w konsekwencji do znacznych różnic w pojemnościach zbiorników retencyjnych.

Zasadnicze wątpliwości budzi sposób ustalania czasu trwania deszczu miarodajnego. Przy ustalaniu wielkości przepływu obliczeniowego dla wymiarowania kanałów, należy brać pod uwagę deszcz krótkotrwały, powodujący maksymalny przepływ sekundowy. Najczęściej podstawą do wyznaczenia niezbędnej pojemności zbiornika jest deszcz o niższej intensywności, ale trwający dłużej. Deszcz miarodajny odpowiada opadowi, przy którym zbiornik o określonych wymiarach i zdolności hydraulicznej kanału odpływowego osiągnie największą pojemność. Podstawowym założeniem dla każdej metody jest ustalenie kształtu krzywej dopływu ze zbiornika. Najczęściej przyjmuje się schematy uproszczone w kształcie trapezu i trójkąta lub krzywą zbliżoną do trapezu [2]. Istnieje oczywiście możliwość przyjęcia innych, bardziej skomplikowanych kształtów krzywych dopływu i ustalenia funkcji opisujących ich przebieg.

Biorąc pod uwagę szereg niedokładności opublikowanych dotychczas metod obliczania zbiorników retencyjnych, sformułowano matematyczny model zbiornika przepływowego, pracującego na sieci deszczowej. Model ten daje możliwość przeprowadzenia głębszych rozważań teoretycznych na powyższy temat dla warunków polskich. Model opracowano bazując na równaniach bilansu, przy uwzględnieniu trzech charakterystycznych przypadków czasu trwania deszczu. Analizie poddano deszcze o czasie trwania dłuższym, krótszym i równym czasowi przepływu, aby wykazać, że miarodajny deszcz zależy od przyjętych wartości badanych parametrów i może przyjmować wartości w szerokim zakresie wymienionych czasów.

Wyznaczenie równań różniczkowych bilansu

Mając na uwadze możliwość praktycznego wykorzystania rozważań teoretycznych, do wyznaczania wielkości spływu ścieków deszczowych z terenów zurbanizowanych wykorzystano powszechnie przyjmowaną w kraju metodę granicznych natężeń [3]. Podstawę modelu (rys. 3) stanowiła określona forma związku przyczynowego, między parametrami mającymi wpływ na przebieg stanu napełnienia zbiornika w czasie, wyrażona za pomocą równań różniczkowych bilansu.

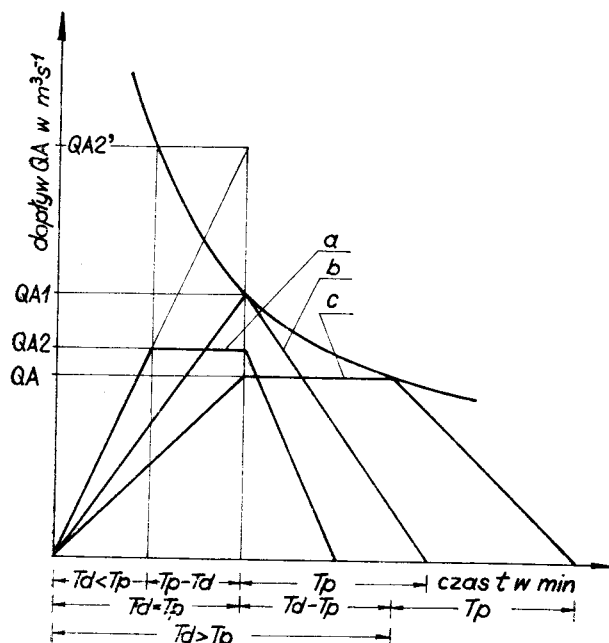


Rys. 3 Model akumulacji ścieków deszczowych w zbiorniku retencyjnym

Przy ustalaniu założeń do modelu brano pod uwagę możliwość odzwierciedlenia warunków akumulacji, jak najbardziej zbliżonych do warunków rzeczywistych.

Rozpatrując zmienność dopływu w czasie należy wyróżnić trzy odrębne jego fazy. Faza pierwsza trwa od momentu rozpoczęcia opadu do chwili osiągnięcia największego przepływu w kanale doprowadzającym QA, QA1 lub QA2 (rys. 4).

Zmienność tę odzwierciedla prosta nachylona do osi czasu dla deszczów o dowolnym czasie trwania. Drugą fazę charakteryzuje linia prosta równoległa do osi czasu i jest oddalona od niej o wartość QA1 lub QA2. Faza ta trwa od zakończenia fazy pierwszej do ustania opadu Td dla deszczu o czasie trwania dłuższym od czasu przepływu i do zakończenia przepływu Tp dla deszczu o Td < Tp. Ostatnia faza jest lustrzanym odbiciem fazy pierwszej, do czasu zaniku przepływu w kanale doprowadzającym. W czasie



Rys. 4 Wykresy zmian przepływu w kanale doprowadzającym ścieki deszczowe do zbiornika dla deszczu o czasie trwania: a) $T_d < T_p$, b) $T_d = T_p$, c) $T_d > T_p$

sie obejmującym dwie pierwsze fazy występuje ciągły przyrost objętości ścieków w zbiorniku, co oznacza proces jego napełniania.

Trzecia faza jest najbardziej charakterystyczna. W pierwszej jej części następuje dalszy przyrost objętości, który trwa do momentu, gdy dopływ zrównoważy zmienny przyrost objętości, który trwa do momentu, gdy dopływ zrównoważy zmienny w czasie odpływ. Oznacza to wystąpienie pełnej akumulacji, a zbiornik osiąga największe napełnienie. Od tej chwili odpływ przewyższa dopływ i ma miejsce proces opróżniania zbiornika. Wraz z przyrostem czasu różnica ta zwiększa się i trwa poprzez fazę zaniku dopływu do momentu całkowitego opróżnienia zbiornika.

Aby uczynić zadość tezie, że miarodajny czas trwania deszczu dla wymiarowania zbiornika może przyjmować wartości mieszczące się w zakresie deszczów charakterystycznych, opracowano odrębne grupy równań różniczkowych dla deszczu o czasie trwania równym czasowi przepływu ($T_d = T_p$), większym od czasu przepływu ($T_d > T_p$) i mniejszym od czasu przepływu ($T_d < T_p$).

Zmiana objętości ścieków deszczowych w zbiorniku dV w czasie dt wyniesie:

$$dV = A dh = QA dt - QO dt \quad (1)$$

gdzie:

QA — przepływ ścieków deszczowych w kanale dopływowym

$$QA = 6,67 H^{0,667} c^{0,333} Fzr Td^{-0,667} \quad (2)$$

QO — przepływ ścieków deszczowych w kanale odpływowym

$$QO = 2^{0,5} g^{0,5} \mu f h(t)^{0,5} \quad (3)$$

dh — zmiana poziomu napełnienia zbiornika dla rozpatrywanego przyrostu czasu dt
H — średni opad roczny, mm

c — częstość pojawiania się deszczu w la-ach

f_{zr} — powierzchnia zredukowana zlewni, ha

T_d — czas trwania deszczu ($T_d = t_m = p + tr + tk$), min

f — powierzchnia przekroju poprzecznego kanału odpływowego ze zbiornika, m^2

g — przyspieszenie siły ciężkości, ms^{-2}

μ — współczynnik wypływu ścieków deszczowych ze zbiornika

$h(t)$ — wysokość napełnienia zbiornika stanowiąca sumę wysokości napełnienia początkowego h_p i zmiany wysokości napełnienia Δh w rozpatrywanym czasie t , m.

Równania bilansu wyznaczono korzystając ze schematów zmienności dopływu ścieków deszczowych do zbiornika (rys. 4) w postaci funkcji $QA = f(t)$. Dla określenia pojemności chwilowej zbiornika skorzystano z ogólnego równania bilansu (1) między objętością dopływu i odpływu ze zbiornika, przy określonych warunkach akumulacji ścieków deszczowych. Zmienność dopływu ścieków deszczowych w pierwszej fazie opadu zależy od czasu jego trwania i obrazowana jest przez prostą o zmiennym kącie nachylenia do osi czasu. Kąt ten jest tym większy im szybciej nastąpi przyrost natężenia przepływu w kanale dopływowym. Odpowiada to ściśle zależności intensywności opadu od czasu jego trwania.

Równania różniczkowe bilansu wyznaczono bazując na podstawowym schemacie, odzwierciedlającym hydrogram dopływu w kształcie trapezu (rys. 4). Dla pierwszego obszaru zmienności dopływu można zapisać następujące relacje:

$$QB = QA \cdot T_p^{-1} t \quad (4)$$

$$QC = QA(T_d + T_p - t) T_p^{-1} \quad (5)$$

Przyrost objętości zbiornika Δh w czasie dt przy dopływie QB wyniesie:

$$\Delta h = QB dt - 2^{0.5} g^{0.5} f \mu h(t)^{0.5} dt \quad (6)$$

Korzystając z relacji (4) na QB i po wprowadzeniu jej do równania (6), a następnie po podzieleniu go stronami przez Δt oraz uwzględnieniu zmiennej $z = h(t)^{0.5}$ otrzymano równanie w postaci:

$$\frac{dz}{dt} = C \frac{t}{z} - D \quad (7)$$

które obowiązuje w przedziale czasowym od $t=0$ do $t=T_p$. Przyrost objętości ścieków deszczowych w zbiorniku w czasie dt przy stałym dopływie QA w drugim obszarze zmienności dopływu wyniesie:

$$\Delta h = QAdt - 2^{0.5} g^{0.5} f \mu h(t)^{0.5} dt \quad (8)$$

Dzieląc stronami równanie (8) przez Δt oraz wprowadzając podobnie jak powyżej zmienną (z) wyznaczono równanie różniczkowe dla przedziału czasowego od $t=T_p$ do $t=T_d$:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{E}{z} - D \quad (9)$$

Zmiana objętości zbiornika Δh w czasie dt przy dopływie QC w trzecim najbardziej cha-

rakterystycznym obszarze zmienności dopływu odbywać się będzie według relacji:

$$\Delta h = QAdt + QA T_d T_p^{-1} dt - QA T_p^{-1} dt - 2^{0.5} g^{0.5} f \mu h(t) dt \quad (10)$$

Wprowadzając ponownie zmienną (z) otrzymano dla $h(t) = z^2$ zależność:

$$\frac{dh}{dt} = 2z \frac{dz}{dt} \quad (11)$$

Porządkując równanie (10) i wprowadzając zmienną (z) uzyskano ostateczną postać równania różniczkowego dla trzeciego przedziału czasowego od $t=T_d$ do $t=T_d + T_p$:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{K}{z} - \frac{Ct}{z} - D \quad (12)$$

Występujące w równaniach (7), (9) i (12) parametry C , D , E i K są stałymi charakteryzującymi opad, zlewnię, zbiornik, sieć kanalizacyjną i kanał odpływowy. Ujmują one następujące zależności:

$$C = QA 2^{-1} A^{-1} T_p^{-1}, \quad D = 2^{-0.5} g^{0.5} f \mu A^{-1},$$

$$E = QA 2^{-1} A^{-1},$$

$$K = (QA T_p + QA T_d) 2^{-1} A^{-1} T_p^{-1}$$

W podobny sposób można wyznaczyć równania różniczkowe bilansu dla hydrogramów dopływu w kształcie trójkąta dla $T_d = T_p$ i w kształcie trapezu dla deszczów krótkotrwałych o $T_d < T_p$ [4].

Zasadnicza ich odrębność tkwi w relacjach na stałe występujące w równaniach różniczkowych bilansu. Można zatem podać trzy grupy równań dla deszczu o czasie trwania równym czasowi przepływu — równania (7) i (12) o stałych C_1 , D i K_1 ; dłuższym od czasu przepływu — równania (7), (9) i (12) o stałych C , D , E i K ; krótszym od czasu przepływu — równania (7), (9) i (12) o stałych C_2 , D , E_2 i K_2 .

Analityczne rozwiązanie równań bilansu

Wyznaczone powyżej równania różniczkowe bilansu należy zaliczyć do równań zwyczajnych niejednorodnych pierwszego rzędu. Równanie (7) rozwiązano metodą uzmienniania dowolnej stałej, rozwiązując najpierw równanie jednorodne. Następnie otrzymano rozwiązanie szczególne równania niejednorodnego przy uwzględnieniu warunków początkowych: $z(t_0) = z_0$ dla $t = t_0$. Napełnienie zbiornika $h = 0$ dla $t = 0$, gdzie t zmienia się w przedziale $< 0, T_p >$ dla $T_d \geq T_p$ i w przedziale $< 0, T_d >$ dla $T_d < T_p$. Uzyskano ostateczną zależność na wysokość napełnienia zbiornika:

$$h = 2^{-1} [2C + D^2 - D(D^2 + 4C)^{0.5}] t^2 \quad (13)$$

Drugi obszar zmienności dopływu występuje przy opisie akumulacji ścieków deszczowych, dla deszczu o czasie trwania dłuższym lub krótszym od czasu przepływu. Rozwiązanie całki pozwoliło na otrzymanie rozwiązania ogólnego równania (9) w postaci funkcji:

$$Dz + E \ln |E - Dz| + D^2 t - BD^2 = 0 \quad (14)$$

Wyznaczenie stałej całkowania B pozwoliło na podanie rozwiązania szczególnego równania (9) w postaci funkcji uwikłanej:

$$Dh^{0.5} + E \ln |E - Dh^{0.5}| = 2^{-0.5} D T_p [2C + D^2 - D(D^2 + 4C)^{0.5}]^{0.5} + D^2(T_p - t) + E \ln |E - 2^{-0.5} D T_p [2C + D^2 - D(D^2 + 4C)^{0.5}]^{0.5}| \quad (15)$$

Rozwiązanie równania różniczkowego dla trzeciego obszaru zmienności dopływu rozpoczęto, podstawiając do równania (12) za u wyrażenie $(K - Ct)z^{-1}$. Wyznaczono zmienną $z = (K - Ct)u^{-1}$, którą ponownie wprowadzono do równania (12), uzyskując po uporządkowaniu całkę tego równania:

$$\int C u - D u^2 + u^3 = - \int \frac{dt}{-Ct + K} \quad (16)$$

Całkę rozwiązano dla dwóch przypadków:

1° — jeżeli wyrażenie spełnia warunek $D^2 - 4C > 0$

2° — jeżeli wyrażenie spełnia warunek $D^2 - 4C < 0$

W pierwszej kolejności rozwiązano całkę (16) dla warunku, gdy $D^2 - 4C > 0$, otrzymując następujące relacje:

$$\frac{u_1 - D}{C(u_2 - u_1)} \ln |u - u_1| + \frac{D - u_2}{C(u_2 - u_1)} \ln |u - u_2| + \frac{1}{C} \ln |u| = \frac{1}{C} \ln |K - Ct| + \ln B_1, \quad (17)$$

$$\text{gdzie } u_1 = 2^{-1} [D + (D^2 - 4C)^{0.5}], \\ u_2 = 2^{-1} [D - (D^2 - 4C)^{0.5}].$$

Poszukując szczególnego rozwiązania równania (12), wyznaczono z równania (17) stałą całkowania B1:

$$B_1 = \left| \frac{u_1 - D}{C(u_2 - u_1)} \right| z \left| \frac{-1}{C} \right| u - u_2 \left| \frac{D - u_2}{C(u_2 - u_1)} \right| \quad (18)$$

We wzorze na stałą całkowania B1 występują dwie zmienne, zmienna zależna $z = h^{0.5}$ i zmienna niezależna t ujęta w relacji na $u = (K - Ct)z^{-1}$.

Na tym etapie rozważań należy oddzielnie formułować warunki początkowe dla trzech charakterystycznych czasów trwania deszczu. Dla uzyskania rozwiązania całki (16) dla szczególnego przypadku trwania deszczu o $T_d = T_p$ trzeba do równania (18) podstawić równanie (13), uwzględniając warunek początkowy z prawej granicy pierwszego obszaru zmienności dopływu, określając $h(T_p)$ dla $t = T_p$. Podobnie postępując można wyznaczyć stałe całkowania B1 dla deszczu o czasie trwania dłuższym

i krótszym od czasu przepływu, wprowadzając warunki początkowe z prawej granicy drugiego obszaru zmienności dopływu. W następnej kolejności rozwiązano całkę (16) dla przypadku, gdy wyrażenie $D^2 - 4C > 0$, otrzymując ostateczną postać równania w postaci funkcji uwikłanej:

$$-\frac{1}{C} \ln |z| - \frac{1}{2C} |u^2 - Du + C| - \ln B_2 + \frac{D}{C(4C - D^2)^{0.5}} \arctg \left[\frac{u - 2^{-1}D}{0.5(4C - D^2)^{0.5}} \right] = 0 \quad (19)$$

Powyższe równanie uwzględnia zależność napełnienia zbiornika od czasu $h = f(t)$, mieszczącego się w przedziale obejmującym moment zakończenia opadu lub udziału całej zlewni w odpływie, do chwili całkowitego zaniku dopływu do zbiornika.

Przy poszukiwaniu rozwiązań szczególnych dla $T_d = T_p$ i $T_d \neq T_p$ należy wyznaczyć odpowiednie zależności na stałe całkowania B2. Wystarczy zatem określić wysokość napełnienia zbiornika dla prawej granicy drugiego obszaru zmienności dopływu o czasie $T_d \neq T_p$ lub pierwszego obszaru dla $T_d = T_p$.

Przystępując do wyznaczania przebiegu napełniania i opróżniania zbiornika retencyjnego dla przedziału trzeciego zmienności dopływu QA, należy rozpatrzyć kolejno następujące kwestie:

- określić znak algebraiczny wyrażenia $D^2 - 4C$ i jeżeli $D^2 - 4C > 0$ stosować równanie (17), $D^2 - 4C < 0$ stosować równanie (19)
- ustalić czas trwania deszczu i stosować odpowiedni wzór na stałą całkowania B1 do wzoru (17) lub B2 do wzoru (19)
- wyznaczyć wartości stałych C, K, u_1 i u_2 w zależności od czasu trwania deszczu, w odniesieniu do czasu przepływu.

LITERATURA

1. J. TABERNACKI: Deszczowe zbiorniki retencyjne w kanalizacji. Nowa Technika w Inżynierii Sanitarnej. Wodociągi i Kanalizacja. Zeszyt Nr 11. Arkady 1980.
2. B. AFTANAS: Niektóre zagadnienia obliczania wielkości zbiorników retencyjnych w kanalizacjach miejskich. Rozprawa doktorska, Gliwice 1962.
3. Wytyczne techniczne projektowania miejskich sieci kanalizacyjnych. Dz. Bud. Nr 15165, poz. 64.
4. J. DZIOPAK: Model matematyczny zbiornika retencyjnego kanalizacji deszczowej. Rozprawa doktorska, Politechnika Krakowska 1983.

J. Dziopak

STORM WATER ACCUMULATION IN SEWER STORAGE RESERVOIRS

The scientific background to the improvement of design methods in the case of through-flow storage reservoirs is given. Using a general balance equation, an analytic description of the storm water accumulation phenomenon in the reservoir is carried out. The description involves parameters characterizing the

precipitation received, the catchment area and the sewer system upstream of the reservoir, the geometry of the reservoir, and the hydraulic capacity of the discharge channel. An original set of differential balance equations has been established for different hydrograms and regions of inflow variability. These enable the dynamics of variation in the state of filling to be determined as a function of time. The particular solutions to the set of equations are valid for rainfalls of a duration equal to, longer or shorter than, the duration of flow. The representative rainfall may take only one of these values.