

dr inż. Marek Sowiński

Instytut Inżynierii Środowiska
Politechniki Poznańskiej

WYKORZYSTANIE MODELU PROBABILISTYCZNEGO DO WYZNACZANIA KRZYWYCH NATĘŻENIA DESZCZU

Obliczenia hydrauliczne sieci kanalizacji deszczowej wymagają znajomości wartości natężenia deszczu miarodajnego. W praktyce projektowej wyznacza się ją wykorzystując krzywe natężenia deszczu opisane najczęściej przez zależność podaną przez W. Błaszczyka i zalecaną przez wytyczne [10] w postaci:

$$q = \frac{B}{t^{2/3}} \quad (1)$$

gdzie:

B — współczynnik zależy od prawdopodobieństwa występowania oraz wysokości opadu normalnego

t — czas trwania deszczu [min]

Równanie to traktowane jako równanie uniwersalne dla terenów całej Polski, z wyjątkiem obszarów podgórskich i górskich, nie może uwzględniać specyfiki klimatu poszczególnych regionów czy miejscowości. W związku z tym dają wyniki obarczone częstokroć dużymi błędami.

W tej sytuacji uzasadnione wydaje się postulowanie, aby w przypadku dysponowania odpowiednimi danymi meteorologicznymi korzystać z krzywych natężenia deszczu, opracowanych dla warunków lokalnych.

Do opracowania tych krzywych W. Błaszczyk [2] proponuje metodę średnich natężeń, przy pomocy której wyznaczony został również wzór (1). Metoda ta, w świetle nowych badań hydrologicznych [3], budzi jednak pewne zastrzeżenia.

Po pierwsze, przy przygotowaniu danych, zamiast na ciągach wartości maksymalnych rocznych, jej Autor bazuje na częściowych ciągach trwania. Jest to, zdaniem Chowa [3], dopuszczalne pod warunkiem wprowadzenia współczynników przeliczeniowych dla różnych okresów powtarzalności deszczów. Tymczasem W. Błaszczyk współczynników tych nie uwzględnił.

Drugie zastrzeżenie budzi sposób wyznaczania natężenia deszczu o określonym prawdopodobieństwie, bazujący na rozkładzie empirycznym częstości danych z okresu obserwacyjnego. Prawdopodobieństwo jest w tej metodzie utożsamiane z częstością obserwowanej zmiennej (natężenia deszczu) w próbie, którą w tym przypadku stanowią dane z okresu obserwacji. Bezpośrednie uogólnienie tych wyników na całą populację zdarzeń, nawet w przypadku stosunkowo licznych prób, może powodować znaczne błędy przypadkowe, których nie można oszacować.

Uproszczeń tych można uniknąć wykorzystując do analizy natężenia modele probabili-

styczne. Opisana niżej metoda wyznaczania natężenia deszczu została opracowana na podstawie takiej właśnie analizy.

Przygotowanie danych meteorologicznych

Jako dane wyjściowe do analizy przyjęto maksymalne roczne natężenia deszczów, wyznaczone dla różnych okresów ich trwania, zawartych w granicach od kilku do kilkudziesięciu minut. Konieczne więc było dysponowanie wynikami wieloletnich obserwacji pluwiograficznych, dotyczących deszczów krótkotrwałych. Do tego celu wykorzystano taśmy pluwiograficzne. Odczytano z nich dane o natężeniu i czasie trwania wszystkich deszczów krótkotrwałych w ciągu roku, następnie grupowano je w klasy w zależności od czasu trwania i wybrano w każdej klasie deszcz o natężeniu maksymalnym. Tak zestawione dane z wielolecia tworzą dla danej klasy szereg rozdzielczy, stanowiący materiał do analizy statystycznej.

W przykładzie liczbowym zamieszczonym w pracy zostało wykorzystane zestawienie [6] dla stacji meteorologicznej Poznań — Ławica, dla czasów trwania deszczów $t=5, 10, 30, 60$ i 120 min. Analizie poddano dane z okresu dwudziestolecia, obejmującego lata 1960—1979.

Wyznaczenie zależności do obliczania maksymalnego natężenia deszczu o T-letnim okresie powtarzalności

Wyznaczanie tej zależności musi być poprzedzone ustaleniem typu rozkładu prawdopodobieństwa maksymalnych rocznych natężeń deszczów.

Na podstawie literatury [9] przyjęto hipotezę, że natężenia deszczów mają rozkład logarytmiczno-normalny. Hipoteza ta, została zweryfikowana dla analizowanych czasów trwania deszczów za pomocą nieparametrycznego testu istotności Kołmogorowa [4]. Rozkład prawdopodobieństwa dla maksymalnego natężenia deszczu o T-letnim okresie powtarzalności określa się na podstawie teorii rozkładów asymptotycznych (granicznych) wartości ekstremalnych. Tippett i Fisher [1] wykazali, że rozkład N największych wartości zmiennej x , z których każda jest wybrana z jednej z prób liczącej m zmiennych, dąży do postaci granicznej jeżeli m dąży do nieskończoności. Typ rozkładu granicznego zależy od typu rozkładu zmiennej x . W przypadku rozkładu logarytmiczno-normalnego jest to typ I.

Maksymalne roczne natężenie deszczów „i” można traktować jako ciąg zmiennych, dla których poszukuje się wartości maksymalnych „i_T” w T-letnich przedziałach czasu. Ponieważ zmienna „i”, jak wykazano uprzednio, ma rozkład logarytmiczno-normalny, więc dla zmiennej „i_T” można przyjąć rozkład graniczny I typu. Dokonując odpowiednich przekształceń, przedstawionych szczegółowo w pracach [8, 9] otrzymuje się wzór pozwalający na wyznaczenie wartości oczekiwanej maksymalnego natężenia deszczu o T-letnim okresie powtarzalności

$$\bar{i}_T = \exp\left[\ln m + \sigma_{lni} F_u^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right] + 0,45 \sigma_i \quad (2)$$

gdzie:

\bar{m} — mediana zmiennej lni (i — natężenie maksymalnego deszczu rocznego)

$\bar{m} = \bar{i} \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma_{lni}^2\right)$

\bar{i} — wartość średnia zmiennej „i”

σ_{lni} — odchylenie standardowe zmiennej lni

$$\sigma_{lni} = \sqrt{\ln\left[\left(\frac{\sigma_i}{\bar{i}}\right)^2 + 1\right]}$$

σ_i — odchylenie standardowe zmiennej „i”

F_u^{-1} — operacja obliczania argumentu funkcji rozkładu normalnego

T — okres powtarzalności występowania deszczu o natężeniu równym lub większym od i_T.

W tabeli 1 zamieszczono zestawienie wyników obliczeń charakterystyk statystycznych, występujących po prawej stronie równania (2) oraz wartości oczekiwane maksymalnych natężeń deszczów dla uprzednio analizowanych czasów ich trwania i różnych okresów ich powtarzalności (T=1 rok oraz 2, 5, 10, 25, 500, 100 lat).

Porównanie wyników otrzymanych różnymi metodami

Przedstawioną metodę porównano z metodą W. Błaszczyka oraz z danymi uzyskanymi ze wzoru (1). W tym celu wykorzystano wyniki obliczeń wykonanych dla Poznania, dla uprzednio analizowanych okresów powtarzalności (tabela 1). Wyniki obliczeń metodą W. Błaszczyka

Tabela 1
WYNIKI OBLICZEŃ MAKSYMALNYCH NATĘŻEŃ DESZCZY
DLA POZNANIA ZA OKRES 20 LAT (1960—1979)

	t [min]						
	5	10	15	30	60	170	
\bar{i} [mm/min]	1,38	0,871	0,676	0,396	0,236	0,138	
σ_i	0,681	0,413	0,320	0,171	0,106	0,061	
$\delta_i = \frac{\sigma_i}{\bar{i}}$	0,493	0,474	0,473	0,430	0,448	0,440	
$\sigma_{lni} = \sqrt{\ln(\delta_i^2 + 1)}$	0,466	0,450	0,449	0,412	0,428	0,420	
$m_i = \bar{i} \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma_{lni}^2\right)$	1,24	0,790	0,611	0,364	0,215	0,127	
\bar{i}_T	T=1 rok	0,73	0,46	0,36	0,22	0,13	0,075
	T=2 lata	1,55	0,98	0,27	0,43	0,26	0,15
	T=5 lat	2,15	1,36	0,48	0,59	0,36	0,21
	T=10 lat	2,58	1,60	1,19	0,68	0,42	0,25
	T=25 lat	3,15	1,93	1,36	0,80	0,50	0,29
	T=50 lat	3,59	2,18	1,53	0,90	0,57	0,33
T=100 lat	4,03	2,43	1,71	1,00	0,63	0,37	

czyka otrzymano przeprowadzając poniższe rozumowanie:

Deszcz o prawdopodobieństwie występowania równym „p” może być w ciągu T = $\frac{1}{p}$ lat raz

osiągnięty lub przekroczony. W okresie „n” lat należy oczekiwać deszczu o natężeniu równym lub większym $\frac{n}{T}$ razy. W celu wyznaczenia

natężenia deszczu na podstawie danych empirycznych należy z szeregu rozdzielczego maksymalnych rocznych natężeń deszczów o danym czasie trwania wyeliminować $\frac{n}{T}$ wy-

razów największych. Najmniejszy z wyeliminowanych wyrazów odpowiada natężeniu deszczu o okresie powtarzalności T lat. Przykładowo dla wyznaczenia natężenia deszczu o okresie powtarzalności T=10 lat z każdej serii obserwacji zestawionej dla danego czasu trwania deszczu, należy wyeliminować dwie obserwacje najwyższe ($\frac{n}{T} = \frac{20}{10} = 2$). Podobnie, dla T=5 lat, należy wyeliminować cztery obserwacje najwyższe ($\frac{20}{5} = 4$).

Wyniki obliczeń wykonanych obiema metodami oraz na podstawie wzoru (1) zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2
ZESTAWIENIE WARTOŚCI MAKSYMALNYCH NATĘŻEŃ DESZCZY [dm³/sha] OBLICZONYCH METODĄ W. BŁASZCZYKA, AUTORA ORAZ NA PODSTAWIE RÓWNIANIA (1)

T [lat]	dla t [min]																	
	5			10			15			30			60			120		
	wg W.B.	wg M.S.	wg WTP	wg W.B.	wg M.S.	wg WTP	wg W.B.	wg M.S.	wg WTP	wg W.B.	wg M.S.	wg WTP	wg W.B.	wg M.S.	wg WTP	wg W.B.	wg M.S.	wg WTP
1	133,3	121,7	160	76,7	77,6	100	51,7	60,0	77	35,0	36,0	48	21,7	21,0	30	13,3	12,5	19
2	213,4	258,4	201	130,0	163,4	126	105,0	120,0	96	58,3	71,7	61	35,0	43,3	38	21,7	25,0	24
5	246,7	358,4	273	153,3	226,7	172	123,3	163,4	131	71,7	98,3	82	48,3	60,0	52	26,7	35,0	33
10	356,7	430,1	345	206,7	266,7	216	255,0	198,4	165	140,0	113,4	104	78,3	70,0	65	41,7	41,7	41
25	—	525,1	—	—	320,1	—	—	226,7	—	—	133,4	—	—	83,3	—	—	48,3	—
50	—	598,4	—	—	363,4	—	—	255,0	—	—	150,0	—	—	95,0	—	—	55,0	—
100	—	671,8	—	—	405,1	—	—	285,1	—	—	166,7	—	—	105,0	—	—	61,7	—

UWAGA: Wartości oznaczone gwiazdką obliczono dla T=1,01 roku czyli p=99%

Zamieszczone w tabeli 2 zestawienie wskazuje na duże rozbieżności wyników. Z analizy różnic wynika, że przyjmują one wartości o różnych znakach, co nie pozwala na wprowadzenie współczynników korygujących. Wartości bezwzględne różnic natężeń deszczu obliczonych:

— metodą Błaszczyka i autora, największe są dla krótkich czasów trwania deszczów i osiągają $\Delta q = 111,7 \text{ dm}^3/\text{s ha}$ (dla $t = 5 \text{ min}$ i $T = 5 \text{ lat}$),

— wg wzoru (1) i metodą autora również największe są dla krótkich czasów trwania deszczów i osiągają $\Delta q = 85,4 \text{ dm}^3/\text{s ha}$ (dla tego samego czasu trwania deszczu i okresu powtarzalności. Stanowi to odpowiednio 31% i 24% wartości natężenia deszczu obliczonego nową metodą.

Wyznaczenie równań krzywych natężenia deszczu

Równanie (2) pozwala na obliczenie oczekiwanego maksymalnego natężenia deszczu o dowolnym okresie powtarzalności jego występowania, w przypadku dysponowania ciągiem obserwacji ich maksymalnych rocznych natężeń. Może więc być ono wykorzystane do obliczania rzędnych punktów, stanowiących podstawę do wykreślenia krzywych natężenia deszczu. Punkty naniesione na wykres przedstawiający zależność maksymalnego natężenia opadu od czasu jego trwania umożliwiają wykreślenie krzywych dla analizowanych okresów powtarzalności deszczu. Jeżeli nie jest potrzebna znajomość równań opisujących te krzywe (np. przy projektowaniu sieci kanalizacyjnej metodą tradycyjną), analizę natężenia deszczu można zakończyć na tym etapie. Nowe metody obliczeń, uwzględniające optymalizację sieci kanalizacyjnej wymagają użycia elektronicznej techniki obliczeniowej, w związku z czym niezbędne jest wyznaczenie równań krzywych natężenia deszczu. Obejmuje ono dwa etapy: wybór postaci równania oraz obliczenie współczynników regresji.

Analiza równań opisujących przykładowe krzywe natężenia deszczu dla Poznania [6] wykazała, że równanie zalecane w wytycznych [10] opisuje w sposób mniej dokładny ich przebieg niż równanie w postaci wielomianowej:

$$q_T = 166,7 \cdot \bar{i}_T = b_0 + b_1 \frac{1}{t} + b_2 \frac{1}{t^2} \quad [\text{dm}^3/\text{s ha}] \quad (3)$$

gdzie: b_0, b_1, b_2 — współczynniki regresji. Dla innych regionów korzystniejsze mogą okazać się równania o innej budowie. W ogólnym przypadku funkcja regresji opisująca krzywą natężenia deszczu może mieć postać

$$q_T = b_0 f_0(t) + b_1 f_1(t) + \dots + b_k f_k(t) \quad (4)$$

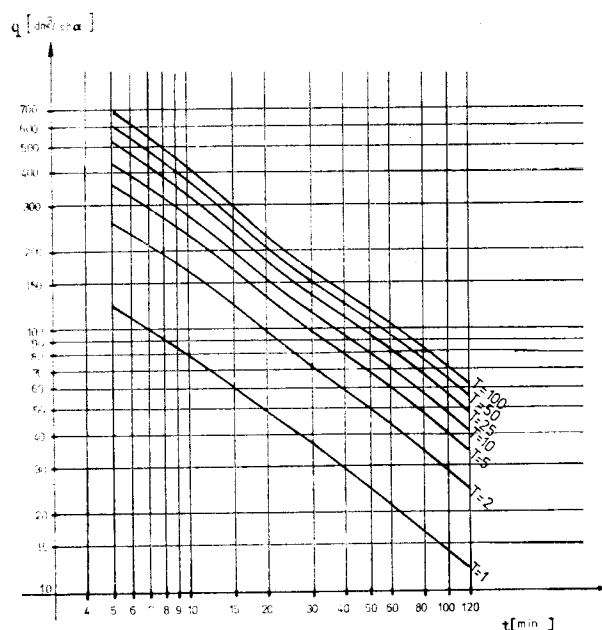
przy czym $f_k(t)$ gdy $k=0,1,\dots,K$, są z góry zadanymi funkcjami liniowo niezależnymi, których argumentem jest czas trwania deszczu t . Ponadto $f_0(t)$ jest funkcją fikcyjną $f_0(t)=1$. Po przyjęciu konkretnej postaci równania na-

leży przystąpić do wyznaczenia współczynników regresji. W tym celu można wykorzystać metodę średniokwadratowej aproksymacji funkcji.

Wartości współczynników regresji krzywych natężenia deszczu obliczone przykładowo dla Poznania, zostały zestawione w tab. 3. Posłużyły one do wykreślenia krzywych natężenia deszczu przedstawionych na rysunku 1.

Tabela 3
WSPÓLCZYNNIKI REGRESJI KRZYWYCH NATĘŻENIA DESZCZU DLA POZNANIA

Okres powtarzalności T [lat]	Współczynniki regresji		
	b_0	b_1	b_2
1	7,0	867	-1475
2	12,6	1807	-2895
5	17,7	2473	-3851
10	20,3	2930	-4420
25	24,1	3384	-4393
50	27,7	3801	-4732
100	30,9	4224	-5096



Rys. 1 Krzywe natężenia deszczu wyznaczone dla Poznania

Wnioski

1. Poddano krytycznej ocenie metodę wyznaczenia natężenia deszczu opartą na rozkładzie częstości występowania, opracowaną przez Błaszczyka [2]. Jako alternatywę, wolną od jej uproszczeń zaproponowano metodę opartą na modelu probabilistycznym.

2. Ze względu na to, że wyniki liczbowe uzyskiwane przy zastosowaniu obu metod znacznie się różnią, należy rozważyć możliwość zastąpienia metody W. Błaszczyka metodą przedstawioną w niniejszej pracy.

3. Przedstawiona wersja metody wymaga przygotowania danych w postaci ciągów wartości maksymalnych rocznych natężeń deszczu o różnym czasie trwania. Istnieje możliwość zastąpienia ich częściowymi ciągami trwania,

lecz pociąga to za sobą konieczność stosowania współczynników przeliczeniowych [3].

4. Stwierdzono, że maksymalne roczne natężenia deszczów w Poznaniu posiadają, podobnie jak we Wrocławiu [8] i w stanie Urbana w USA [9] rozkład logarytmiczno-normalny. Pozwala to przypuszczać, że w przypadku innych miejscowości rozkład ten jest tego samego typu, w związku z czym dla maksymalnych natężeń opadów o T-letnim okresie powtarzalności można będzie przyjmować rozkład graniczny I typu. Hipoteza ta wymaga jednak weryfikacji na podstawie danych pluwiograficznych z innych miejscowości na terenie kraju.

5. Opracowane równania i wykresy przykładowych krzywych natężenia deszczów mogą być wykorzystywane do obliczeń hydrologicznych dla Poznania i jego okolic.

6. Z przykładowych obliczeń wynika, że wzór (1) daje wartości znacznie różniące się od wartości uzyskiwanych metodami opartymi na analizie statystycznej danych.

7. Uzyskane przedstawioną metodą dane umożliwią oszacowanie wielkości błędu obliczonego natężenia deszczu, jak również oszacowanie wpływu poszczególnych czynników na wielkość tego błędu [7].

LITERATURA

1. J. BENJAMIN, C. CORNELL: Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów. WNT Warszawa 1977.
2. W. BŁASZCZYK, M. ROMAN, H. STAMATELLO: Kanalizacja. Tom I Arkady Warszawa 1974.
3. V. CHOW: Handbook of Applied Hydrology. McGraw Hill Book Company New York 1964.
4. J. GREIN: Modele i zadania statystyki matematycznej. PWN Warszawa 1968.
5. K. MAŃCZAK: Technika planowania eksperymentu. WNT Warszawa 1976.
6. J. MEYZA: Wyznaczanie ryzyka przepełnienia przykładowej sieci kanalizacji deszczowej na terenie Poznania. Praca dyplomowa w IIS Politechniki Poznańskiej 1983.
7. M. SOWIŃSKI: Czynniki wpływające na niepewność wyznaczania przepustowości kanału kanalizacji deszczowej i ryzyko jego przepełnienia. Referat na III Konferencję Naukową Wydziału Budownictwa Politechniki Poznańskiej, Poznań 1980.
8. M. SOWIŃSKI: Wyznaczanie maksymalnego natężenia opadu o T-letnim okresie powtarzalności na przykładzie Wrocławia. Wiadomości Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej, 1980 tom VI zeszyt 3—4.
9. B. Ch. YEN, W. H. TANG: Risk — safety factor relation for storm sewer design. Proceedings of the ASCE. Journal of the Environmental Engineering Div. 1976, Vol. 102, nr 2.
10. **Wytyczne techniczne projektowania miejskich sieci kanalizacyjnych.** Załącznik do zarządzenia nr 20 Ministra Gospodarki Komunalnej z 30.06.1965 Dz. Bud. 1965 nr 15, poz. 64.