

doc. dr hab. inż. Zbigniew A. Siwoń
dr inż. Stanisław Bogaczewicz

Instytut Inżynierii Ochrony Środowiska
Politechniki Wrocławskiej

mgr inż. Janusz Stanisławski

Instytut Inżynierii Środowiska
Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Zielonej Górze

O MODELOWANIU ZUŻYCIA WODY W MIASTACH DLA POTRZEB STEROWANIA SYSTEMEM JEJ DYSTRYBUCJI

Optymalna pod względem kryteriów ekonomicznych i racjonalnego wykorzystania dyspozycyjnych zasobów wodnych eksploatacja systemów wodociągowych, wymaga właściwego sterowania procesem rozdziału wody. W warunkach krajowych najbardziej prawdopodobne jest wdrożenie metod sterowania wielozbiornikowymi systemami grupowymi, zasilanymi z jednego lub kilku źródeł. Miasta lub aglomeracje miejsko-przemysłowe we wszystkich algorytmach sterowania takimi systemami są opisane za pomocą prognostycznego modelu zapotrzebowania na wodę. Wynika to z podstawowego warunku sterowania, określającego konieczność wpompowania w zadany przedział czasu wodę w ilości nie mniejszej, niż prognozowane jej zapotrzebowanie.

Proces sterowania jest zatem funkcją informacji o przyszłym stanie systemu, którego zasadniczym elementem jest przewidywane zużycie wody.

Do budowy modelu krótkoterminowego (z wyprzedzeniem od 1 do 7 dni) prognozowania zapotrzebowania na wodę w miastach można wykorzystać modele deterministyczne oparte o metody regresji i korelacji albo odpowiednie procesy stochastyczne.

W pierwszym przypadku ustalane są związki przyczynowe między najbardziej istotnymi czynnikami kształtującymi zużycie wody a tym zużyciem, bez przeprowadzania analiz zależności genetycznych. W wyniku uzyskuje się wartość przewidywanego zużycia wody w postaci konkretnej liczby. Korelacyjny model krótkoterminowego prognozowania dobowego i godzinowego zapotrzebowania na wodę opracowano w Instytucie Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Wrocławskiej, w ramach realizacji tematu w Programie Rządowym PR-7. Model ten uwzględnia czynniki meteorologiczne (temperaturę powietrza i dobową wysokość opadów atmosferycznych), tygodniową cykliczność zużycia wody oraz zużycie w dniu poprzednim i sprzed dwóch dni. Szczegółowe informacje na ten temat zamieszczono w pracach [7, 8].

Druga metoda prognozowania jest oparta o model stochastyczny procesu zużycia wody, nie wymagający wprowadzania do obliczeń parametrów zewnętrznych, takich jak temperatura powietrza, wysokości opadów atmosferycznych itp. Z tego względu jest ona łatwiejsza w prak-

tycznym stosowaniu. Jednym z możliwych rozwiązań tego zagadnienia jest nadanie badanej zmiennej pewnych właściwości, np. właściwości łańcucha Markowa.

Zużycie wody jako stochastyczny proces Markowa

Zużycie i zapotrzebowanie na wodę można rozpatrywać jako zmienne losowe, jednostronnie (od dołu) ograniczone.

Uzależnienie ich od nielosowego parametru — czasu powoduje, że zjawisko konsumpcji wody może być rozważane jako proces stochastyczny, dany w postaci ciągu losowego $\{X_t\}$, przyjmującego wartości ze skończonej i przeliczalnej przestrzeni stanów. Właściwości stochastyczne uzyskuje się przez odpowiednią konstrukcję próby statystycznej, której elementami są wartości zużycia odniesione do stałego przedziału czasu. W modelu zużycia dobowego lub godzinowego tą jednostką jest odpowiednio doba lub godzina.

Przyjęcie założenia, że osiągnięta w chwili t wartość zmiennej losowej X_t jest zależna wyłącznie od analogicznej wartości w chwili $t-1$ powoduje, że zużycie wody jest traktowane jako proces z pamięcią sięgającą 1 kroku wstecz, noszący nazwę prostego łańcucha Markowa.

W przypadku procesu sięgającego pamięcią liczby kroków $r > 1$, mówimy o łańcuchu z krótnym uwarunkowaniem. Dynamiczny charakter procesu Markowa czyni go atrakcyjnym modelem prognostycznym, ponieważ w sensie statystycznym aktualny stan procesu określa jego przyszłą ewolucję. Z tego względu jest on szeroko stosowany, między innymi w prognozowaniu zjawisk hydrologicznych. Szczególnie łatwe w zastosowaniu są proste łańcuchy Markowa, w których wszelkie związki probabilistyczne, dotyczące przeszłości układu zależą jedynie od stanu obecnego. Oznacza to, że jeśli zmienna losowa X_{t-1} przyjmuje wartość i , to przyszła ewolucja łańcucha nie zależy od tego, jaką drogą został osiągnięty stan i — istotny jest tylko fakt znajdowania się w tym punkcie, natomiast informacje o stanach wcześniejszych nie mają znaczenia. Nie jest to równoznaczne z niezależnością między zmiennymi $X_0, \dots, X_t$, gdyż współzależność między X_t a pozostałymi zmiennymi $X_0, \dots, X_{t-2}$ zostaje całkowicie zre-alizowana za pośrednictwem zmiennej X_{t-1} .

W rezultacie, na podstawie znajomości stanu początkowego, którym może być zużycie wody zaobserwowane np. w pierwszej godzinie doby lub pierwszym dniu tygodnia, można ustalać prognozę dla godzin lub dni następnych albo — w zależności od potrzeb podawać prognozę z godziny na godzinę. Wówczas pomiar rzeczywistego rozbiórki wody w mieście w dowolnej godzinie pozwala na permanentne korygowanie prognozy, co istotnie podnosi jej skuteczność. Szersze informacje na temat możliwości i celowości zastosowania prostego łańcucha Markowa do stochastycznego modelowania zużycia wody w miastach zamieszczono w pracach [9, 10].

Wyprzedzenie, z jakim powinna być dokonywana prognoza zapotrzebowania na wodę, jest zależne od przyjętego horyzontu optymalizacji procesu sterowania. Wynosi on od 24 godzin — przy sterowaniu dystrybucją wody w systemie jej zaopatrzenia (na podstawie prognozy rozkładu godzinowego zużycia wody w czasie doby) do 7 dni przy sterowaniu rozdziałem wody i jej zasobów w systemach grupowych, wielostronnie zasilanych (na podstawie prognozy rozkładu zużycia dobowego w czasie tygodnia). W ramach realizacji tematu w Programie Rządowym PR-7 autorzy opracowali dwa modele prognostyczne opisujące zużycie wody za pomocą prostego łańcucha Markowa: model wykorzystujący macierze stochastyczne (macierze prawdopodobieństw przejścia) reprezentowany w referacie [9] oraz model autoregresyjny, szczegółowo omówiony w pracy [10]. Dla obu modeli opracowano prognozy komputerowe w języku FORTRAN-1900 na maszyny serii ODRA. Danymi wyjściowymi do obliczeń realizowanych automatycznie przy użyciu ETO są:

- roczny zbiór obserwacji dobowego lub godzinowego zużycia wody,
- wartości stanu wejściowego, którym może być np. zaobserwowane zużycie wody w pierwszym dniu tygodnia lub w godzinie 0—1 (jeśli prognoza ma obejmować rozkład godzinowego zapotrzebowania na wodę w czasie doby).

Do weryfikacji obu metod prognozowania, a w szczególności do oceny błędów prognoz wykorzystano 7-letnie (1975 do 1981) obserwacje zużycia wody w Aglomeracji Łódzkiej. Bardziej efektywny i charakteryzujący się krótszym czasem obliczeń (kilkanaście do kilkadziesiąt sekund w zależności od typu prognozy) oraz małymi błędami prognoz (średnio od —2,56 do 3,50%), okazał się model autoregresyjny. Szczegółowe informacje na temat wyników weryfikacji oraz błędów prognoz zamieszczono w pracach [9, 10].

Przy zastosowaniu teorii procesów stochastycznych do prognozowania dobowego i godzinowego zapotrzebowania na wodę w miastach konieczna jest znajomość pełnych charakterystyk probabilistycznych badanych zmiennych, tj. znajomości ich brzegowych i warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa. Omówiono je poniżej.

Właściwości losowe dobowego i godzinowego zużycia wody

Zgodnie z rozważaniami zaprezentowanymi w pracach [4, 5], zbiory obserwacji zużycia wody, miarodajne do wnioskowania stochastycznego, powinny być zgrupowane w próby statystyczne, spełniające warunki jednorodności i niezależności elementów. W tym celu, a w szczególności dla wyeliminowania sezonowej, tygodniowej i dobowej cykliczności zużycia wody, roczne zbiory obserwacji zużycia godzinowego powinny być podzielone na sezonowe (wiosenno-letni: od maja do października i jesienno-zimowy: od listopada do kwietnia) okresy roku, w których zużycie wody jest rozpatrywane osobno dla każdej godziny doby oraz odrębnie dla dni o podobnym charakterze, tj. dni roboczych i wolnych od pracy [4]. Dla zbiorów obserwacji dobowej konsumpcji wody wystarcza podział wg okresów sezonowych oraz dni roboczych, przedświątecznych i świątecznych. W dalszym ciągu przedstawiono wyniki badań losowych właściwości dobowego i godzinowego zużycia wody w aglomeracji łódzkiej. Wykorzystano przy tym pomiary zużycia prowadzone w okresie od 1.11.1975 do 31.10.1982 r., przez Przedsiębiorstwo Wodociągów i Kanalizacji Okręgu Łódzkiego.

W oparciu o wyniki badań oraz rozważania zaprezentowane w pracach [4, 5 i 6] stwierdzono, że dobowe i godzinowe zużycie wody podlega dwu- lub trzyparametrowemu rozkładowi gamma (trzyparametrowy rozkład gamma jest znany również pod nazwą rozkładu Pearsona III typu), którego funkcja gęstości ma postać [4]:

$$q(q) = \frac{\lambda [\lambda(q-\varepsilon)]^{k-1} \cdot e^{-\lambda(q-\varepsilon)}}{(k)} \quad (1)$$

dla

$$(q-\varepsilon) > 0, \lambda > 0, k > 0, \varepsilon \geq 0.$$

Ponieważ uzyskano dobrą zgodność rozkładu empirycznego z teoretycznym dla $\varepsilon=0$, pozostałe parametry rozkładu (1) estymowano wg wzoru [4]:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{q \left(\frac{s}{q} \right)^2} \quad (2)$$

$$\hat{k} = \left(\frac{s}{q} \right)^{-2} \quad (3)$$

Wyniki badań potwierdziły również stwierdzenie podane w pracach [4, 5, 6], że po wprowadzeniu przekształcenia normalizującego zmienią:

$$y = A(q-\hat{\varepsilon})^n, \quad (4)$$

a w szczególności

$$y = (q-\hat{\varepsilon})^{0,28}$$

gdzie:

- q — wartość dobowego lub godzinowego zużycia wody,
- ε — estymator przesunięcia rozkładu prawdopodobieństwa,
- y — wartość zmiennej znormalizowanej,

można empiryczne rozkłady częstości dobowego lub godzinowego zużycia wody w miastach aproksymować rozkładem normalnym. Zgodności między rozkładami empirycznymi zmiennej przekształconej (5) a rozkładem normalnym zbadano przy użyciu testu χ^2 Pearsona, omówionego szczegółowo np. w pracach [1, 2]. Przykładowe wyniki tych obliczeń dla godzinowego i dobowego zużycia wody w Łodzi zestawiono w tabeli 1 do 3. Stwierdzono, że przy poziomie ufności $\alpha=0,05$ wartości empiryczne parametru $\chi^2_{e,0,05}$ są dla rozkładów zmiennej przekształconej wg równania (5) mniejsze od wartości krytycznych (tablicowych) $\chi^2_{0,05}$ (przy poziomie ufności $\alpha=0,05$) [1, 2], zatem różnice między obu rozkładami mieszczą się w granicach błędu losowego.

Przykładowe wykresy funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia dobowego i godzinowego zużycia wody (wraz z przedziałami ufności)

przedstawiono na rysunkach 1 i 2. Umożliwiają one między innymi wyznaczenie kwantyli q_p zużycia wody, tj. jego wartości związanych z określonym prawdopodobieństwem przewyższenia p.

Znajomość kwantyli q_p (szczególnie dobowego zużycia wody) jest niezbędna np. w obliczeniach poziomu (tzw. „gwarancji”) niezawodności dostawy wody, związanego z przyjętą kategorią niezawodności systemu lub przy ocenie wielkości zasobów wodnych koniecznych do zabezpieczenia określonego stopnia pewności pokrycia potrzeb odbiorców [10]. Należy wówczas uwzględniać wartości q_p wraz z godzinowymi ograniczeniami przedziałów ufności traktowanymi jako tzw. „poprawki gwarancyjne” [9, 10]. Przykładowe wartości estymatorów (ocen) kwantyli dobowego zużycia wody w Łodzi, wraz z odpowiadającymi im przedziałami ufności, zestawiono w tabeli 4.

Tabela 1
WYNIKI OBLICZEŃ PARAMETRÓW EMPIRYCZNYCH ROZKŁADÓW GODZINOWEGO ZUŻYCIA WODY W DNIACH ROBOCZYCH
ŁÓDŹ, OKRES JEŚIENNO-ZIMOWY, 1981/82 r.

Godzina	Wartość średnia $\bar{q}_h$	Odchylenie standardowe s	Współczynnik zmienności $c_v = \frac{s}{\bar{q}_h} \cdot 100$	Estymatory parametrów rozkładu gamma		Wyniki testu zgodności z rozkładem normalnym dla zmiennej $y = q_h^{0,28}$	
	tys. m ³ /h	m ³ /h		$\hat{\lambda} \cdot 10^{-3}$	$\hat{k} \cdot 10^3$	χ^2_e	$\chi^2_{0,05}$
0—1	10,364	578,3	5,58	31,0	0,321	7,935	11,070
1—2	10,429	468,6	4,49	47,5	0,495	8,108	
2—3	10,283	584,9	5,69	30,1	0,309	6,975	
3—4	10,452	440,6	4,22	53,8	0,562	3,533	
4—5	10,864	439,0	4,04	56,4	0,612	5,428	
5—6	12,435	792,1	6,37	19,8	0,246	3,983	
6—7	14,263	798,7	5,60	22,4	0,319	10,105	
7—8	15,389	780,6	5,07	25,3	0,389	1,305	
8—9	15,811	667,5	4,22	35,5	0,561	3,268	
9—10	16,011	616,7	3,85	42,1	0,674	9,534	
10—11	15,693	501,3	3,19	62,5	0,980	4,942	
11—12	15,408	558,2	3,62	49,5	0,762	9,951	
12—13	15,179	564,9	3,72	47,6	0,722	9,285	
13—14	15,218	507,1	3,33	59,2	0,901	3,963	
14—15	15,136	508,6	3,36	58,5	0,886	9,704	
15—16	15,291	562,3	3,68	48,4	0,739	9,618	
16—17	15,220	454,5	2,99	73,7	1,122	5,515	
17—18	15,242	581,6	3,82	45,1	0,687	10,271	
18—19	15,061	538,7	3,58	51,9	0,782	3,454	
19—20	15,483	703,2	4,54	31,3	0,485	7,984	
20—21	15,094	669,7	4,44	33,7	0,508	10,741	
21—22	14,526	737,8	5,08	26,7	0,388	4,455	
22—23	14,117	675,8	4,79	30,9	0,436	10,667	
23—24	11,534	834,9	7,24	16,6	0,191	9,267	

Tabela 2
WYNIKI OBLICZEŃ PARAMETRÓW EMPIRYCZNYCH ROZKŁADÓW DOBOWEGO ZUŻYCIA WODY W DNIACH ROBOCZYCH
W ŁÓDZI

Okresy sezonowe z — jesienno zimowy l — wiosenno letni	Wartość średnia $\bar{q}_d$	Odchylenie standardowe s	Współczynnik zmienności $c_v = \frac{s}{\bar{q}_d} \cdot 100$	Estymatory parametrów rozkładu gamma		Wyniki testów zgodności z rozkładami normalnymi dla zmiennej $y = q_d^{0,28}$	
	tys. m ³ /d	m ³ /d		$\hat{\lambda} \cdot 10^{-3}$	$\hat{k} \cdot 10^2$	χ^2_e	$\chi^2_{0,05}$
z 75/76	296,93	8891,23	3,00	3,76	11,15	0,784	11,070
l 76	281,15	14307,89	5,09	1,37	3,86	8,511	
z 76/77	286,16	7945,97	2,78	4,53	12,96	5,718	
l 77	298,78	11705,42	3,92	2,18	6,52	6,695	
z 77/78	319,23	6835,54	2,14	6,83	21,81	1,796	
l 78	324,05	12068,56	3,72	2,23	7,21	4,359	
z 78/79	335,34	8913,93	2,66	4,22	14,15	8,304	
l 79	326,07	14039,04	4,31	1,65	5,39	8,516	
z 79/80	347,74	6052,28	1,74	9,49	33,01	7,851	
l 80	327,49	12894,56	3,94	1,86	6,45	4,155	
z 80/81	336,18	6228,29	1,85	8,67	29,14	4,778	
l 81	316,84	14322,98	4,72	1,54	4,89	1,289	
z 81/82	332,07	7251,08	2,18	6,32	20,97	8,038	
l 82	323,23	11124,43	3,44	2,61	8,44	5,715	

WYNIKI OBLICZEŃ PARAMETRÓW EMPIRYCZNYCH ROZKŁADÓW DOBOWEGO ŻUŻYCIA WODY
W DNIACH WOLNYCH OD PRACY W ŁÓDZI

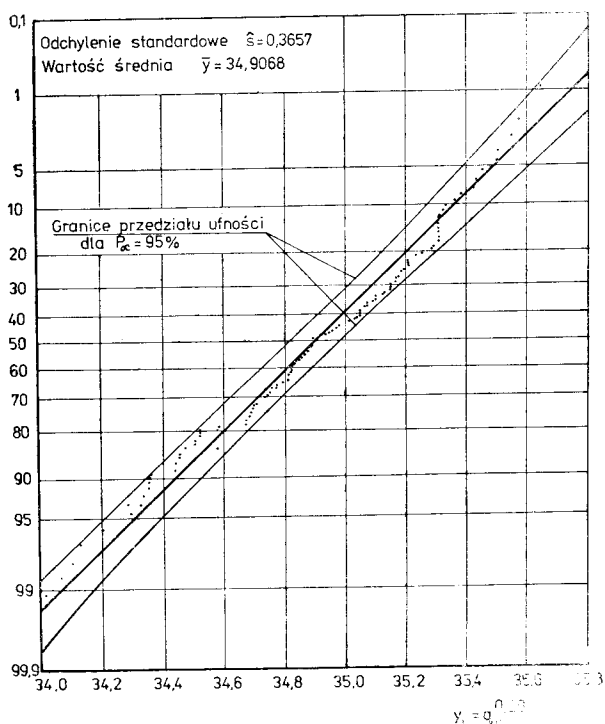
Tabela 3

Okresy sezonowe z — jesienno- zimowy l — wiosenno- letni	Wartość średnia q_d tys. m ³ /d	Odchylenie standardowe s m ³ /d	Współczynnik zmienności $c_v = \frac{s}{q_d} \cdot 100\%$ %	Estymatory parametrów rozkładu gamma		Wyniki testów zgodności z rozkładem normalnym dla zmiennej $y = q_d$	
				$\hat{\lambda} \cdot 10^{-3}$	$\hat{k} \cdot 10^2$	χ^2_e	$\chi^2_{0,05}$
z 75/76	250,93	13942,25	5,56	1,29	3,24	2,459	7,815
l 76	237,76	11615,53	4,89	1,76	4,19	5,773	7,815
z 76/77	248,00	14882,58	6,00	1,12	2,78	6,093	7,815
l 77	246,42	13910,82	5,65	1,27	3,14	2,186	7,815
z 77/78	274,71	13641,48	4,97	1,48	4,06	5,727	7,815
l 78	270,61	16056,30	5,93	1,05	2,84	0,713	7,815
z 78/79	293,29	18086,59	6,17	0,90	2,63	6,564	7,815
l 79	284,84	9287,16	3,26	3,30	9,41	3,444	7,815
z 79/80	303,67	17113,46	5,64	1,04	3,15	7,751	7,815
l 80	278,81	17100,42	6,13	0,95	2,66	2,877	7,815
z 80/81	293,70	19511,50	6,64	0,77	2,27	9,104	9,488
l 81	275,05	20565,29	7,46	0,06	1,79	5,171	9,488
z 81/82	297,40	16947,30	5,70	1,04	3,08	6,501	9,488
l 82	279,83	13035,47	4,66	1,65	4,61	0,725	7,815

ZESTAWIENIE ESTYMATORÓW KWANTYLI q DOBOWEGO ŻUŻYCIA WODY I WARTOŚCI PRZEDZIAŁÓW UFNOŚCI
 ε' dla $\alpha=0,05$ W DNIACH ROBOCZYCH W ŁÓDZI

Tabela 4

Okresy sezonowe z — jesienno- zimowy l — wiosenno- letni	Prawdopodobieństwo osiągnięcia i przewyższenia p							
	0,01		0,05		0,10		0,50	
	q_p	ε'	q_p	ε'	q_p	ε'	q_p	ε'
	tys. m ³ /d							
z 75/76	318,03	3,40	311,71	2,67	305,38	2,33	296,83	1,68
l 76	315,31	5,34	304,94	4,15	299,51	3,61	280,89	2,55
z 76/77	305,08	3,47	299,42	2,73	296,44	2,38	286,08	1,72
l 77	326,83	4,57	318,38	3,57	313,94	3,11	298,78	2,05
z 77/78	335,38	2,74	330,57	2,16	328,03	1,89	319,18	1,37
l 78	352,96	4,70	344,26	3,68	339,69	3,20	323,89	2,29
z 78/79	356,58	3,85	350,24	3,02	346,89	2,65	335,26	1,91
l 79	359,82	5,45	349,62	4,24	344,27	3,69	325,86	2,63
z 79/80	362,01	2,66	357,77	2,10	355,53	1,84	347,70	1,34
l 80	358,24	4,83	348,97	3,78	344,10	3,29	327,31	2,35
z 80/81	350,92	2,84	346,54	2,24	344,23	1,96	336,14	1,43
l 81	351,21	6,14	340,81	4,79	335,36	4,16	316,61	2,95
z 81/82	349,23	3,31	344,12	2,61	341,42	2,29	332,01	1,66
l 82	349,82	5,40	341,83	4,23	337,63	3,68	323,09	2,64



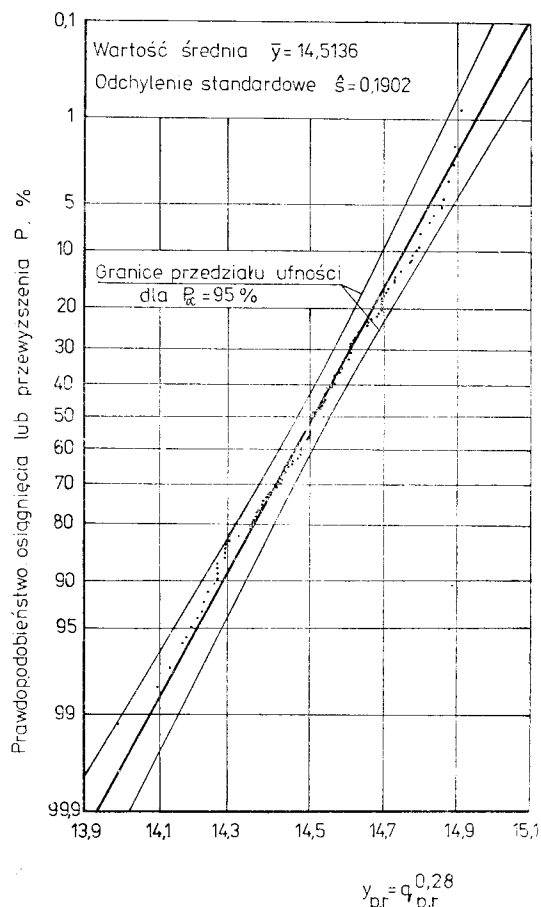
Wnioski końcowe

W niniejszej pracy przedstawiono skrótowo — głównie w celach informacyjnych — niektóre wyniki badań nad stochastycznym modelowaniem zużycia wody w miastach dla potrzeb krótkoterminowego (z wyprzedzeniem do 7 dni) prognozowania. Bardziej szczegółowo w szerszym zakresie omówiono je w pracach [4 do 10]. Pozwalają one na sformułowanie następujących wniosków ogólnych:

1. Znajomość probabilistycznych charakterystyk zużycia wody w przyszłości jest niezbędna w jego prognozowaniu na podstawie modelu stochastycznego.
2. Losowe właściwości dobowego i godzinowego zużycia wody można opisać dwu- lub trzyparametrowym rozkładem gamma. Normalizacja zmiennych ułatwia stochastyczne modelowanie zużycia wody.

Rys. 1 Wykres empirycznej dystrybucyjnej dobowego zużycia wody w czasie dni roboczych, Łódź, okres wiosenno-letni, 1978 r.

3. Krótkoterminowe (z wyprzedzeniem do 7 dni) prognozy dobowego lub godzinowego zapotrzebowania na wodę są niezbędne w optymalnym sterowaniu rozdziałem wody we wszystkich systemach jej zaopatrzenia, a szczególnie w systemach grupowych, wielostronnie zasilanych. Do prognozowania może być z powodzeniem wykorzystany stochastyczny proces Markowa, którego dynamiczny charakter pozwala na permanentną weryfikację danych prognozowanych. Najbardziej efektywny jest model autoregresyjny, omówiony szczegółowo w pracy [10].



Rys. 2 Wykres empirycznej dystrybucyjności godzinowego zużycia wody w czasie dni roboczych o godzinie 9–10, Łódź, okres jesienno-zimowy, 1975/76 r.

LITERATURA

1. J. R. BENJAMIN, C. A. CORNELL: Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1977 r.
2. Z. KACZMAREK: Metody statystyczne w hydrologii i meteorologii. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa 1970 r.

3. H. KUSHNER: Wprowadzenie do teorii sterowania stochastycznego. PWN, Warszawa 1983 r.
4. Z. SIWON: Podstawy probabilistycznego modelowania zużycia i zapotrzebowania na wodę w miastach. Archiwum Hydrotechniki, z. 3, 1981 r.
5. Z. SIWON: Über die statistische Analyse des Wasserverbrauchs in Städten als Voraussetzung für Wahrscheinlichkeitsmodelle. Das Gas — und Wasserfach 124 (1983), H. 8.
6. Z. SIWON, S. BOGACZEWICZ: Characteristics of maximum water consumption on an industrialized urban area Environment Protection Engineering. Vol. 10 (1984), No 1.
7. Z. SIWON, J. CIEŻAK: Prognozowanie dobowego i godzinowego zużycia wody w miastach. Gaz, Woda i Technika Sanitarna, z. 9–10, 1982 r.
8. Z. SIWON, J. CIEŻAK: Über die Stunden — und Tageswasserbedarf beeinflussenden Faktoren. Das Gas — und Wasserfach 122 (1981), H. 8.
9. Z. SIWON, J. STANISŁAWSKI: Podstawy stochastycznego modelowania godzinowego zużycia wody w miastach dla potrzeb sterowania systemem jej dystrybucji. Materiały z Symposium „Zużycie wody wodociągowej. Wielkość, zmienność i racjonalizacja”. Białystok, 1984 r.
10. Z. SIWON, J. STANISŁAWSKI: Prognozowanie zapotrzebowania na wodę w miastach dla potrzeb sterowania rozdziałem wody i zasobów wodnych. Materiały z Konferencji Nauk.-Techn. „Zagadnienia zaopatrzenia w wodę miast i wsi”. Poznań, 1984 r.

Ważniejsze oznaczenia

- q — wartość zużycia wody, realizacja wartości zmiennej losowej Q ,
 $\bar{Q}$ — zużycie wody, zmienna losowa,
 $\bar{q}$ — wartość średnia z próby,
 s — ocena nieobciążona z próby odchylenia standardowego,
 s_k — ocena z próby współczynnika asymetrii zmiennej losowej,
 e_k — ocena z próby współczynnika ekscesu zmiennej losowej,
 ε, λ, k — parametry rozkładu Pearsona III typu,
 $\hat{\varepsilon}, \hat{\lambda}, \hat{k}$ — estymatory parametrów rozkładu Pearsona III typu,
 $\Gamma(k)$ — funkcja gamma Eulera,
 Y — znormalizowana zmienna losowa,
 y — realizacja wartości zmiennej losowej Y ,
 α — współczynnik ufności,
 χ^2_e — miara rozbieżności między rozkładem empirycznym a teoretycznym wg testu Pearsona.

Indeksy

- $p=1, 2, \dots, 24$ — godziny w czasie doby,
 $r=1, 2$ — jesienno-zimowy i wiosenno-letni okres roku,
 e — empiryczny,
 $0,05$ — przy współczynniku ufności $\alpha=0,05$.