

Rongchang Luo, Jianxin Xia, Jerzy Sobota

## Prędkość krytyczna przejścia ruchu laminarnego w turbulentny na przykładzie przepływu mieszaniny węglowo-wodnej w rurociągach

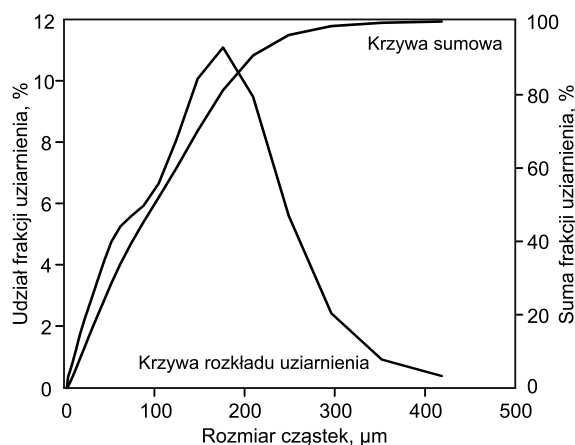
Transport hydrauliczny rurociągami należy do najbardziej niezawodnych i ekonomicznie uzasadnionych rodzajów transportu. Z uwagi na jego walory ekologiczne i estetyczne, jest także preferowanym rozwiązaniem w inżynierii środowiska. Przesyłanie rurociągami mieszanin zawierających znaczne ilości zawieszin wymaga określenia ich właściwości reologicznych na podstawie pomiarów prowadzonych w wiskozymetrach rurowych lub rotacyjnych. Badania te pozwalają na określenie krzywych płynięcia, na podstawie których można przyjąć odpowiedni model reologiczny. Wyznaczony na podstawie badań model reologiczny pozwala z kolei na poprawne obliczenie strat hydraulicznych podczas przepływu danej mieszaniny w instalacji przemysłowej.

Jednym z istotnych problemów występujących podczas przepływu mieszanin w rurociągach jest ustalenie momentu przejścia przepływu (ruchu) laminarnego (warstwowego, uwarstwowanego) w przepływ (ruch) turbulentny (burzliwy). Transport odbywający się w zakresie ruchu burzliwego charakteryzuje się znacząco większym zapotrzebowaniem na energię wraz ze wzrostem prędkości, podczas gdy przyrost prędkości w ruchu laminarnym powoduje znacząco mniejszy spadek ciśnienia niż w ruchu turbulentnym. Moment przejścia ruchu laminarnego w burzliwy określa prędkość krytyczna, której nie można wyznaczyć jednoznacznie, to jest określić taką wartość prędkości, poniżej której dana mieszanina przemieszcza się ruchem laminarnym, a tuż po jej przekroczeniu – ruchem turbulentnym. W literaturze przedmiotu panuje zgoda, że przejście z ruchu laminarnego w burzliwy odbywa się w pewnej strefie prędkości przepływu [1]. Strefę tę próbuje się scharakteryzować jedną wartością prędkości krytycznej, lecz bardziej odpowiednia jest jej charakterystyka dwiema wartościami – dolną i górną prędkością krytyczną. Dolna prędkość krytyczna to prędkość, poniżej której mieszanina przemieszcza się na pewno ruchem laminarnym, zaś górna prędkość krytyczna to taka, powyżej której mieszanina przemieszcza się na pewno ruchem turbulentnym.

Celem badań było określenie modelu reologicznego oraz prędkości krytycznej przepływu mieszaniny składającej się z ziaren pyłu węgla kamiennego i wody. Zakres stężenia objętościowego fazy stałej w mieszaninie wynosił 43÷53%, co odpowiadało jej stężeniu wagowemu 52÷61%.

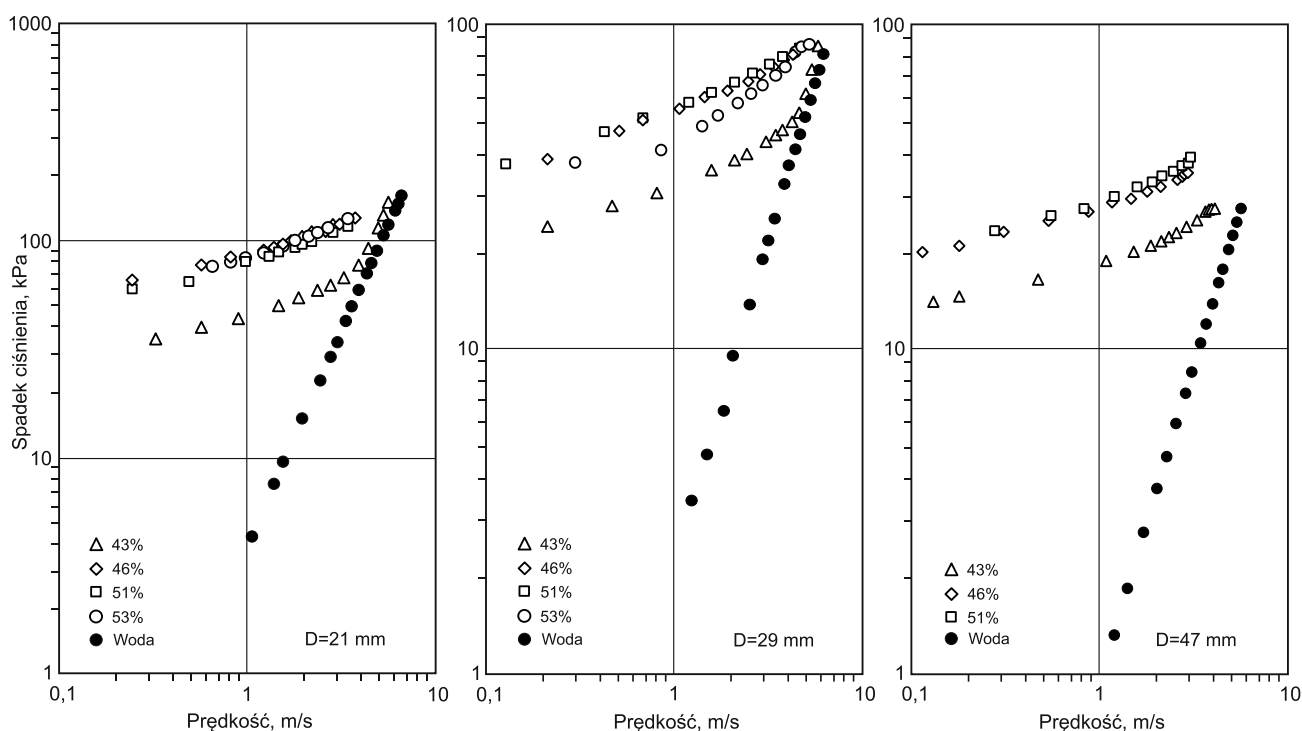
### Materiał badawczy i metody pomiarowe

Użyty w badaniach pył węgla kamiennego pochodził z jednej z polskich kopalń, z przeznaczeniem do spalania w elektrowniach i elektrociepłowniach. Jego skład ziarnowy, określony za pomocą laserowego analizatora wielkości ziaren, przedstawiono na rysunku 1. Wielkość ziaren węgla mieściła się w zakresie od 3,9  $\mu\text{m}$  do 418,6  $\mu\text{m}$ , przy czym średnia wielkość ziaren wynosiła 104,9  $\mu\text{m}$ .



Rys. 1. Krzywe uziarnienia pyłu węgla kamiennego  
Fig. 1. Particle size distribution curve of bituminous coal dust

Badania przepływu mieszaniny węglowo-wodnej (o gęstości  $1176 \div 1217 \text{ kg/m}^3$ ) przeprowadzono w trzech rurociągach stalowych o średnicy wewnętrznej ( $D$ ) wynoszącej odpowiednio 21 mm, 29 mm i 47 mm. Długość ( $L$ ) odcinków każdego z rurociągów, na których mierzono wartość spadku ciśnienia była stała i wynosiła 3,9 m. Wartość strumienia objętości mieszaniny węglowo-wodnej w rurociągu mierzono przepływomierzem elektromagnetycznym zainstalowanym na każdym rurociągu. Zastosowane przepływomierze były przeznaczone do pomiaru przepływu cieczy zanieczyszczonych. Konstrukcja instalacji umożliwiła także określenie prędkości przepływu mieszaniny metodą objętościową, oddzielnie w każdym z trzech rurociągów. Różnicę ciśnienia między przekrojami pomiarowymi mierzono na dwa sposoby. W pierwszym mieszanina przepływająca przez przekrój pomiarowy wpływała do kalibrowanego naczynia separującego i sprężała powietrze znajdujące się w jego górnej części. Z każdego z naczyń zlokalizowanych w danym przekroju pomiarowym wyprowadzono przewód i mierzono różnicę ciśnienia powietrza między dwoma przekrojami pomiarowymi za pomocą przetwornika



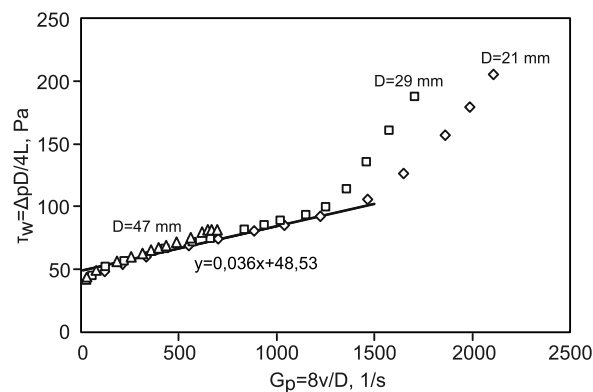
Rys. 2. Zależność spadku ciśnienia od prędkości przepływu mieszaniny węglowo wodnej w rurociągach  
Fig. 2. Correlation between pressure drop and flow rate of the coal-water mixture in pipelines

ciśnienia lub manometru cieczowego (u-rurka). Drugim sposobem określenia spadku ciśnienia był pomiar jego różnicy między dwoma przekrojami przetwornikiem różnicy ciśnienia, do którego ciśnienie z przekrojów pomiarowych było przekazywane elastycznym przewodem impulsowym wypełnionym wodą. W każdym przekroju pomiarowym pobierano ciśnienie z dwóch otworów o średnicy 6 mm, odległych od siebie na obwodzie rurociągu o 135 stopni. Zmiana wartości strumienia objętości mieszaniny węglowo-wodnej w rurociągu następowała poprzez zmianę obrotów wirnika pompy dzięki przemiennikowi częstotliwości zasilania.

### Dyskusja wyników badań

Wyniki pomiarów spadku ciśnienia w badanych rurociągach przedstawiono na rysunku 2. Wykresy wykonano w układzie logarytmicznym, co pozwoliło pokazać, że przepływ mieszaniny węglowo-wodnej we wszystkich rurociągach odbywał się w strefie ruchu laminarnego. Jedynie przy stężeniu objętościowym węgla w mieszaninie równym 43%, w rurociągach o średnicy 21 mm i 29 mm, została przekroczona prędkość krytyczna i przy najwyższych prędkościach przepływ odbywał się już w strefie ruchu burzliwego. Na wykresie zależności  $\Delta p = f(v)$  w rurociągu o średnicy 21 mm widać, że podczas przepływu mieszaniny o stężeniu objętościowym 43%, punkty pomiarowe ułożyły się na linii przecinającej linię prostą reprezentującą przepływ wody w tym rurociągu w ruchu turbulentnym. Punkty pomiarowe przy tym stężeniu i wzrastających prędkościach ułożyły się na linii prostej reprezentującej ruch turbulentny. Można zatem oszacować (jak proponowali autorzy pracy [2]) wartość prędkości krytycznej przejścia z przepływu laminarnego do turbulentnego w przypadku mieszaniny o stężeniu 43% (obj.) – w rurociągu o średnicy 21 mm prędkość krytyczna ( $v_{kr}$ ) wynosiła około 4 m/s, a w rurociągu o średnicy 29 mm około 5 m/s.

Zależności spadku ciśnienia od prędkości przepływu wykazały, że mieszanina węglowo-wodna może mieć właściwości cieczy nienewtonowskiej. W celu weryfikacji tej tezy sporządzono krzywe płynięcia, które przedstawiono na rysunku 3. Na osi rzędnych odłożono wartości naprężeń stycznych ( $\tau_w = \Delta p D / 4L$ ), a na osi odciętych wartości gradientu prędkości ( $G_p = 8v/D$ ).



Rys. 3. Krzywe płynięcia mieszaniny węglowo-wodnej o stężeniu objętościowym 43% w rurociągach  
Fig. 3. Flow curves of the coal-water mixture with volume concentration of 43% in pipelines

Wykresy zależności naprężeń stycznych na ścianie rurociągu ( $\tau_w$ ) od gradientu prędkości ( $G_p$ ) potwierdziły, że badana mieszanina miała właściwości cieczy nienewtonowskiej według modelu Bingham'a w postaci:

$$\tau_w = \tau_y + \eta G_p \quad (1)$$

w której  $\tau_y$  oznacza próg płynięcia (Pa), a  $\eta$  – lepkość plastyczną (binghamowską) (Pa·s).

Z przebiegu krzywych na rysunku 3 widać, że w rurociągach o średnicach 21 mm i 29 mm badania objęły strefę ruchu laminarnego i burzliwego. Punkty reprezentujące ruch laminarny ułożyły się wzdłuż jednej linii prostej,

natomiast punkty leżące nad laminarną krzywą płynięcia (linia prosta) reprezentowały ruch turbulentny mieszaniny. W tabeli 1 zestawiono wartości parametrów z modelu Bingham'a w odniesieniu do wszystkich badanych mieszanin transportowanych rurociągiem o średnicy 21 mm.

Tabela 1. Wartości parametrów modelu Bingham'a  
Table 1. Values of the Bingham model parameters

Stężenie objętościowe mieszaniny*, %	Parametr, jednostka	
	próg płynięcia ( $\tau_y$ ), Pa	lepkość plastyczna ( $\eta$ ), Pa·s
43	48,53	0,036
36	73,46	0,047
51	74,03	0,048
53	55,74	0,070

\*mieszanina węglowo-wodna transportowana rurociągiem o średnicy 21 mm

### Prędkość krytyczna przejścia ruchu laminarnego w turbulentny

Tradycyjnym kryterium stosowanym do oceny rodzaju ruchu w rurociągu jest liczba Reynoldsa, której definicja w przypadku cieczy newtonowskich jest powszechnie znana. W przypadku cieczy nienewtonowskich w literaturze przedmiotu panuje zgodność, że przejście z ruchu laminarnego w turbulentny nie następuje nagle, lecz stopniowo, w pewnej strefie przejściowej, która najczęściej lokowana jest w zakresie wartości liczby Reynoldsa od 2000 do 4000 [3], jakkolwiek autorzy prac [4,5] podają, że strefa ta zawarta jest między  $Re=1300$  i  $Re=3000$ . Z kolei autor pracy [6] uważa, że w pełni rozwinięty przepływ turbulentny wymaga minimalnej liczby Reynoldsa równej 10000, natomiast wyniki eksperymentów omówionych w pracy [7] wskazują, że przejście do przepływu turbulentnego ma miejsce przy  $Re \approx 3400$ .

Liczba Reynoldsa podczas przepływu cieczy nienewtonowskiej jest definiowana w różny sposób. Klasyczna liczba Reynoldsa podczas przepływu nienewtonowskiego opisanego modelem Bingham'a ma postać [8]:

$$Re_B = \frac{\rho v D}{\eta} \quad (2)$$

Autorzy pracy [9], wykorzystując liczbę Hedstroma, podali następujący wzór na liczbę Reynoldsa:

$$Re_w = 1500 \left( 1 + \sqrt{\frac{\rho D^2 \tau_y}{4500 \eta}} \right) \quad (3)$$

W pracach [10–13], w przypadku mieszanin nienewtonowskich opisanych modelem dwuparametrowym, zaproponowano uogólnioną liczbę Reynoldsa w postaci:

$$Re_{BP} = \frac{Dv\rho}{K \left[ 1 + \frac{\tau_y D}{6Kv} \right]} = \frac{Dv\rho}{\eta + \frac{\tau_y D}{6v}} \quad (4)$$

Autor pracy [14] w przypadku przepływu ciała Bingham'a podał następujące równanie:

$$\frac{v_{kr} D \rho}{\eta_B} = 2100 \left[ 1 + \frac{\tau_y D}{6 \eta_B v_{kr}} \right] \quad (5)$$

W pracy [2] podano wzory do obliczenia prędkości krytycznych w następującej postaci:

– dolna prędkość krytyczna, poniżej której na pewno występuje przepływ laminarny:

$$v_{lc} = \frac{1000\eta + 1000 \sqrt{\eta^2 + \frac{D^2 S_y \rho g}{3000}}}{D\rho} \quad (6)$$

– górna prędkość krytyczna, powyżej której na pewno występuje przepływ turbulentny:

$$v_{uc} = \frac{1500\eta + 1500 \sqrt{\eta^2 + \frac{D^2 S_y \rho g}{4500}}}{D\rho} \quad (7)$$

W przypadku cieczy binghamowskiej autorzy pracy [3] podali następujący wzór na prędkość krytyczną (brytyjski system miar):

$$v_{krB} = \frac{1,08\eta + 1,08 \sqrt{\eta^2 + 12,34 \rho D \tau_y}}{\rho D} \quad (8)$$

w którym:

$v_{krB}$  – prędkość krytyczna, ft/s

$\eta_p$  – lepkość plastyczna Bingham'a, cp

$\rho$  – gęstość cieczy binghamowskiej, lb/gal

$D$  – średnica wewnętrzna rurociągu, in

$\tau_y$  – próg płynięcia, psi

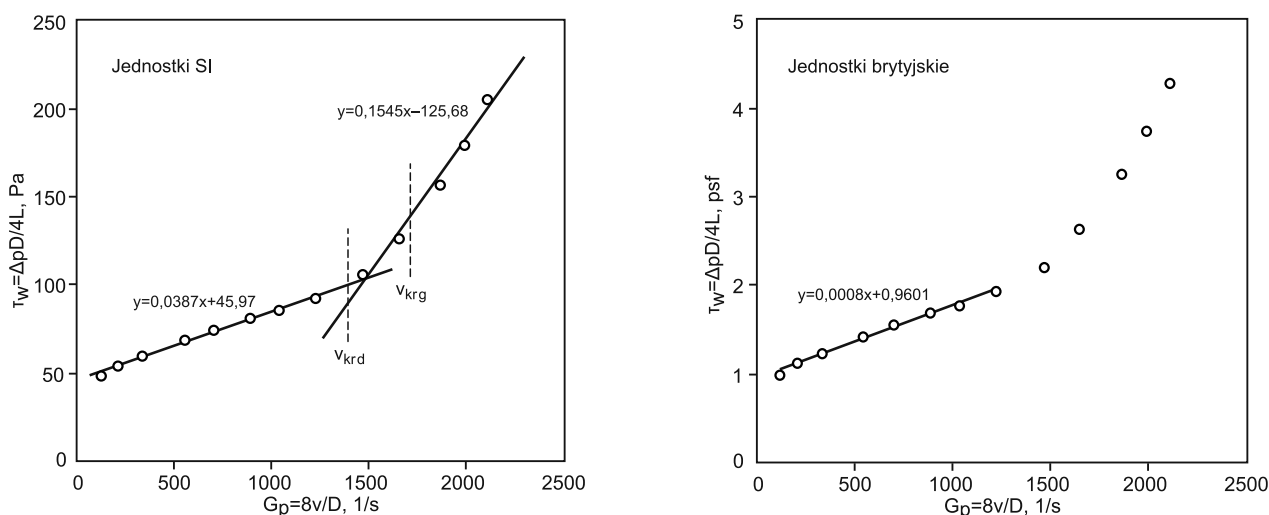
Bardzo często do oszacowania wartości prędkości krytycznej wykorzystywany jest wzór wyprowadzony z analizy wymiarowej i przy założeniu, że przejście z ruchu laminarnego do turbulentnego następuje przy liczbie Reynoldsa równej 2100 [11, 15–17]:

$$v_{kr} \approx N \sqrt{\frac{\tau_y}{\rho}} \quad (9)$$

w którym  $N$  przyjmuje wartości od 16,2 (przy założeniu, że  $D \rightarrow \infty$ ) [18], do 26 [19].

Autorzy pracy [15] podają, że równanie (5) można rozwiązać względem liczby Hedstroma ( $He$ ) i bezwymiarowej miary strefy przejściowej ( $N$ ), której wartość maleje monotonnie wraz ze wzrostem wartości  $He$ , najpierw zmniejszając się od  $N \approx 30$  ( $He = 10^4$ ) do  $N \approx 22$  ( $He = 10^5$ ), a następnie maleje wolno do  $N = 19$  ( $He = 10^8$ ).

W ocenie wielkości strefy przejściowej przyjęto założenie, że dolna prędkość krytyczna odpowiada warunkom przepływu, w którym  $Re = 2000$ , a górna prędkość krytyczna – gdy  $Re = 4000$ . Punktem odniesienia w ocenie sposobu wyznaczania prędkości krytycznej przejścia z ruchu laminarnego w turbulentny są wartości zmierzonego w strefie laminarnej i turbulentnej przepływu mieszaniny węglowo-wodnej o stężeniu objętościowym 43% w rurociągu o średnicy 21 mm (rys. 4). Prostym sposobem oszacowania wartości prędkości krytycznej przepływu mieszaniny węglowo-wodnej w rurociągu było odczytanie tej wartości z wykresu zależności  $\Delta p = f(v)$ . Jeżeli badania obejmują przepływy w strefie laminarnej i burzliwej, wówczas na wykresie krzywej płynięcia linia punktów pomiarowych w ruchu laminarnym przetnie podobną linię dotyczącą przepływów burzliwych (rys. 4). Jako jedni z pierwszych oszacowanie wartości prędkości krytycznej rekomendowali w ten sposób autorzy pracy [2]. W badanym przypadku pokazanym na rysunku 4 linie przepływu laminarnego



Rys. 4. Krzywe płynięcia mieszaniny węglowo-wodnej o stężeniu objętościowym 43% w rurociągu o średnicy 21 mm (wartości dolnej i górnej prędkości krytycznej obliczono ze wzorów (6) i (7) [2])

Fig. 4. Flow curves of the coal-water mixture with volume concentration of 43% in a 21 mm diameter pipeline (values of the lower and upper critical velocity were calculated from formulas (6) and (7) [2])

i turbulentnego przecinały się w punkcie odpowiadającym prędkości przepływu  $v_{kr}=3,89$  m/s. Wartość ta była punktem odniesienia do obliczanych wartości prędkości krytycznej różnymi sposobami w celu oszacowania dokładności tych sposobów. Przykład określenia tych prędkości pokazano na rysunku 4.

W celu porównania sposobów wyznaczania prędkości krytycznej wykorzystano kilka propozycji różnych autorów, a także obliczono wartości tej prędkości przy założeniu, że górna prędkość krytyczna jest osiągana przy liczbie Reynoldsa  $Re=4000$ , a dolna przy  $Re=2000$ . Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Wartości prędkości krytycznej przejścia ruchu laminarnego w turbulentny  
Table 2. Values of critical velocity of laminar-turbulent transition

Źródło	Prędkość krytyczna* ( $v_{kr}$ ), m/s	
	dolna lub przy $R=2000$	górną lub przy $Re=4000$
Rysunek 4	3,89	
Wzory (6) i (7) [2]	3,65	3,49
Wzór (8) [3]	2,03	
Wzór (2) [8]	2,91	5,82
Wzór (9) [15–19]	3,80	5,20

\*transport mieszaniny węglowo-wodnej o stężeniu objętościowym 43% rurociągiem o średnicy 21 mm

Jak wynika z zamieszczonych wartości prędkości krytycznej, wszystkie one mieściły się w pewnym zakresie i trudno było wskazać najlepszy sposób jej wyznaczania. Biorąc pod uwagę prostotę obliczeń, najwygodniejszym sposobem wydaje się być zależność (9). Innym sposobem weryfikacji rodzaju przepływu w rurociągu może być liczba Reynoldsa obliczona według wzoru (3), lecz w tym przypadku wymagana jest znajomość parametrów modelu Bingham. W rozważanym przypadku przepływu mieszaniny węglowo-wodnej o stężeniu objętościowym 43% w rurociągu o średnicy 21 mm liczba Reynoldsa wynosiła  $Re=2055$ , co potwierdziło, że przepływ odbywał się w strefie ruchu laminarnego.

## Wnioski

♦ Mieszanina węglowo-wodna w zakresie stężenia objętościowego 43÷53%, podczas przepływu w rurociągach o średnicy 21÷47 mm, zachowywała się jak ciecz nienewtonowska opisana modelem Bingham.

♦ Ocena sposobu wyznaczania wartości prędkości krytycznej przejścia ruchu laminarnego w turbulentny wykazała, że w przypadku przepływu mieszaniny o stężeniu objętościowym 43% w rurociągu o średnicy 21 mm trudno było wskazać najlepszy sposób wyznaczania prędkości krytycznej. W przypadku dysponowania wynikami badań w strefach laminarnej i burzliwej, można zalecić prostą metodę przecięcia się linii charakteryzującej pomiary w strefie laminarnej z linią w strefie turbulentnej. Innym sposobem w przypadku cieczy binghamowskiej może być obliczenie wartości prędkości krytycznej przy znanych parametrach reologicznych z liczby Reynoldsa równej 2100.

## LITERATURA

- P. VLASAK, Z. CHARA: Laminar and turbulent transition of fine-grained slurries. *Particulate Science and Technology* 2004, Vol. 22, No. 2, pp. 189–200.
- H.E. BABBITT, D.H. CALDWELL: Turbulent Flow of Sludges in Pipe. University of Illinois, *Engineering Experiment Station Bulletin* 1940, Series No. 323, Vol. XXXVIII, No. 13.
- M.E. HOSSAIN, A.A. AL-MAJED: Fundamentals of Sustainable Drilling Engineering. Scrivener Publishing Wiley 2015.
- M. RUDMAN, H.M. BLACKBURN, L.J.W. GRAHAM, L. PULLUM: Turbulent pipe flow of shear-thinning fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 2004, Vol. 118, pp. 33–48.
- T.G. MYERS, S.L. MITCHELL, P. SLATTER: An asymptotic analysis of the laminar-turbulent transition of yield stress fluids in pipes. *Journal of Physics: Conference Series* 2017, Vol. 811, pp. 1–14.
- P.E. DIMOTAKIS: The mixing transition in turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics* 2000, Vol. 409, pp. 69–98.
- M.P. ESCUDIER, F. PRESTI: Pipe flow of a thixotropic liquid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 1996, Vol. 62, No. 2–3, pp. 291–306.

8. M. DZIUBIŃSKI, T. KILJAŃSKI, J. SĘK: Podstawy teoretyczne i metody pomiarowe reologii. Monografie Politechniki Łódzkiej, Łódź 2014.
9. E.J. WASP, J.P. KENNY, R.L. GANDHI: Solid-Liquid Flow Slurry Pipeline Transportation. Trans Tech Publ., New York 1977.
10. S. CZABAN: Parametry przepływu reostabilnych mieszanin dwufazowych. *Archiwum Hydrotechniki* 1990, t. XXXVII, nr 1–2, ss. 113–135.
11. Z. KEMBŁOWSKI: Reometria płynów nienewtonowskich. WNT, Warszawa 1973.
12. P.T. SLATTER: The role of the yield stress on the laminar/turbulent transition. In: J. SOBOTA [Ed.]: Proceedings of 9<sup>th</sup> International Conference on Transport and Sedimentation of Solid Particles, University of Agriculture, Cracow (Poland) 1997, pp. 547–561.
13. G.W. GOVIER, K. AZIZ: The Flow of Complex Mixtures in Pipes. R.E. Krieger Publishing Co., New York 1977.
14. D.G. THOMAS: Non-Newtonian suspensions. Part 1. Physical properties and laminar characteristics. *Industrial and Engineering Chemistry* 1963, Vol. 55, No. 11, pp. 18–29.
15. A.D. THOMAS, K.C. WILSON: Rough-wall and turbulent transition analyses for Bingham plastics. *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy* 2007, Vol. 107, pp. 359–354.
16. K.C. WILSON, A.D. THOMAS: Analytic model of laminar-turbulent transition for Bingham plastics. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 2006, Vol. 84, No. 5, pp. 520–526.
17. T.G. MYERS, S.L. MITCHELL, P. SLATTER: An asymptotic analysis of the laminar-turbulent transition of yield stress fluids in pipes. *Journal of Physics: Conference Series* 2007, Vol. 811, No. 1, pp. 1–14.
18. P.T. SLATTER: Transitional and turbulent flow of non-Newtonian slurries in pipes. PhD thesis, University of Cape Town, Department of Civil Engineering, Cape Town 1995.
19. P.T. SLATTER, E.J. WASP: The laminar/turbulent transition in large pipes. In: J. SOBOTA [Ed.]: Proceedings of 10<sup>th</sup> International Conference on Transport and Sedimentation of Solid Particles, University of Agriculture, Wrocław (Poland) 2000, pp. 389–399.

**Luo, R., Xia, J., Sobota, J. Critical Velocity of Transition from Laminar to Turbulent Flow in the Example of Coal-Water Mixture in Pipelines. *Ochrona Środowiska* 2018, Vol. 40, No. 1, pp. 51–55.**

**Abstract:** Pipeline hydrotransport belongs to the most reliable and economically justified modes of transport. Due to its ecological and aesthetic values, it is also the preferred solution in environmental engineering. Transport of mixtures with significant amounts of suspensions requires determination of their rheological properties to adopt an appropriate rheological model. The rheological model determined on the basis of research allows then for the correct calculation of hydraulic losses during the flow of a given mixture through industrial installation. One of the major challenges regarding the flow of mixtures through pipelines is determination of transition point at which laminar traffic changes into turbulent, because transport under turbulent flow is characterized by significantly higher energy demand. The flow study results for the coal-water mixture (bituminous coal dust) with

volume concentration of 43–53% and 1176–1217 kg/m<sup>3</sup> density in the pipelines of 21–47 mm diameter were presented. The rheological features of the mixture under testing were described by the Bingham two-parameter model. Results of the experiments were the basis for analyzing the behavior of the coal-water mixture with 43% volume concentration in 21 and 29 mm pipelines during transition from laminar to turbulent flow. For this purpose, a comparative analysis of several methods for determining critical velocity of the laminar-turbulent transition was carried out. In order to determine the critical velocity value, application of various definitions of Reynolds number was proposed. On this basis, the critical velocity value was calculated from the formulas by different authors and with the assumption that transition zone between laminar and turbulent flow was in the range of Reynolds number from  $Re=2000$  to  $Re=4000$ .

**Keywords:** Hydraulic transport, rheological properties, coal-water mixture, laminar flow, turbulent flow, critical velocity, Bingham model, transition zone.