

Wiesław Wędrychowicz, Krystyna Jeżowiecka-Kabsch,  
Anatolii Grygoriev, Katarzyna Strzelecka

## Zależność współczynnika strat miejscowych od liczby Reynoldsa podczas przepływu wody przez nagłe zwężenie rury

Do obliczeń hydraulicznych układów przepływowych stosuje się powszechnie znane równania przepływu w przewodach zamkniętych, opierające się na znajomości współczynników strat energetycznych. W obliczaniu strat liniowych wykorzystuje się najczęściej formuły uzależniające współczynnik strat liniowych ( $\lambda$ ) od liczby Reynoldsa i chropowatości ścian przewodu. Zależności te dają na ogół zgodne wyniki i ich dokładność jest wystarczająca do obliczeń projektowych. Wyznaczenie strat energetycznych wywołanych oporami miejscowymi opiera się na doborze – na podstawie geometrii oporu – wartości współczynnika  $\zeta$  podanych w literaturze. Wartości tego współczynnika powinny być wyznaczone doświadczalnie ze względu na skomplikowany charakter zjawisk, obejmujący zarówno tarcie lepkie jak i zaburzenia strugi, które są trudne do opisu matematycznego.

Nagłe zwężenia rury, stanowiące opory miejscowe, występują powszechnie w układach hydraulicznych i urządzeniach przepływowych. Struga wody przepływając przez nagłe zwężenie przekroju – wpływając do przewodu o mniejszym przekroju – ulega dodatkowemu przewężeniu (kontrakcji), a następnie rozszerza się wypełniając cały przekrój rury [1]. O wartości współczynnika strat miejscowych ( $\zeta$ ) decyduje przede wszystkim struktura przepływu wody na odcinku za przewężeniem wywołanym kontrakcją, ze względu na występujące tam strefy przepływów powrotnych [2]. W celu uproszczenia obliczeń przyjmuje się, że źródłem strat miejscowych, wywołanych tymi oporami miejscowymi, są przede wszystkim zmiany struktury przepływającej strugi wody, co pozwala na uniezależnienie wartości współczynnika od liczby Reynoldsa [3,4].

Celem niniejszej pracy było doświadczalne wyznaczenie wartości współczynnika oporów miejscowych ( $\zeta$ ) oraz zakresu przepływów (scharakteryzowanych liczbami Reynoldsa  $Re_d > Re_d^*$ ), w którym jego wartości zależą tylko od struktury strugi wody za zwężeniem, wynikającej ze stopnia zwężenia rury.

### Metodyka badań

Każdy opór miejscowy powoduje w swoim otoczeniu zaburzenia przepływającej strugi cieczy, będące główną przyczyną pojawienia się straty energetycznej [1,5], wysokość której opisuje zależność:

$$\Delta h^{sm} = \frac{\Delta p^{sm}}{\rho g} = \zeta \frac{1}{2g} \left( \frac{4q_v}{\pi d^2} \right)^2 \quad (1)$$

w której:

$\Delta p^{sm}$  – spadek ciśnienia wywołany oporem, Pa

$\rho$  – gęstość cieczy,  $kg/m^3$

$g$  – przyspieszenie ziemskie,  $m/s^2$

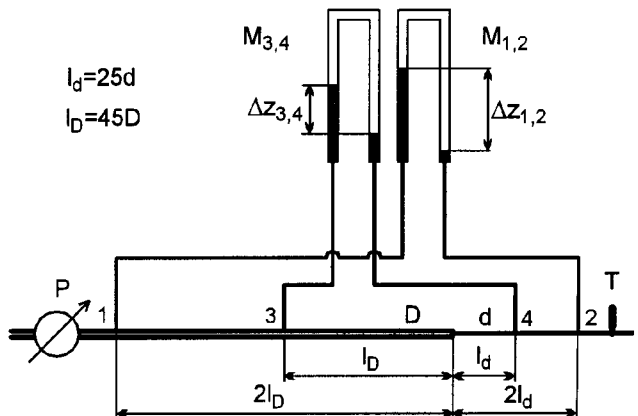
$\zeta$  – współczynnik strat miejscowych

$q_v$  – strumień objętości,  $m^3/s$

$d$  – średnica rury za zwężeniem, m

W celu doświadczalnego wyznaczenia strat energetycznych, a następnie współczynnika strat miejscowych ( $\zeta$ ), poprzez pomiar spadku ciśnienia wywołanego przeszkodą, umieszczono przekroje pomiarowe w tak dużych odległościach przed i za oporem, aby profile prędkości były już w pełni uformowane i na wyniki pomiarów nie wpłynęły nieustalone zjawiska w strefach recyrkulacji i zastoju [2]. Odpowiednie odległości, zapewniające pełne uformowanie profilu prędkości, można znaleźć w literaturze i normach [1,5–8].

Schemat strefy badawczej na stanowisku pomiarowym podczas przepływu wody przez rurę gładką (szkło organiczne) o średnicy  $D$  z nagłym zwężeniem do średnicy  $d$  przedstawiono na rysunku 1. Przed dopływem do sekcji badawczej mierzono strumień objętości wody (przepływomierz P) i jej temperaturę (termometr T), a za pomocą manometrów odwróconych  $M_{1,2}$  i  $M_{3,4}$  w dwóch parach przekrojów (1–2 i 3–4) – wysokość różnicy ciśnień. Przekroje 3 i 4, zostały usytuowane zgodnie z normą [7] w takich odległościach ( $l_D, l_d$ ) od przeszkody, aby profile prędkości były już w pełni uformowane, czyli nie wystąpiło zaburzenie rozkładu prędkości wywołane oddziaływaniem nagłego zwężenia rury.



Rys. 1. Schemat strefy badawczej stanowiska pomiarowego

D inż. W. Wędrychowicz, prof. dr hab. inż. K. Jeżowiecka-Kabsch, dr inż. A. Grygoriev, mgr inż. K. Strzelecka: Politechnika Wrocławska, Instytut Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów, Wybrzeże S. Wyspiańskiego 27, 50–370 Wrocław

wieslaw.wedrychowicz@pwr.wroc.pl, krystyna.jezowiecka-kabsch@pwr.wroc.pl, anatolii.grygoriev@pwr.wroc.pl, katarzyna.strzelecka@pwr.wroc.pl

Średnice wewnętrzne zastosowanych rur zostały dokładnie zmierzone, a obliczone stopnie zwężenia zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Stopnie zwężenia rury (stosunek średnic rzeczywistych)

$D_{nom}, mm$	$d_{nom}, mm$	$D/d$
22	14	1,58
24	14	1,74
30	14	2,18
34	14	2,46
40	14	2,87

Strumienie objętości wody zmieniano w przedziale  $q_v \in (0,11 \text{ dm}^3/\text{s}; 1,44 \text{ dm}^3/\text{s})$ , któremu odpowiadały zakresy liczb Reynoldsa (odniesione odpowiednio do średnic  $d$  i  $D$ )  $Re_d \in (10 \cdot 10^3; 120 \cdot 10^3)$  i  $Re_D \in (5 \cdot 10^3; 90 \cdot 10^3)$ . Niepewność pomiaru nie przekroczyła 4%. Takie zakresy średnic i liczb Reynoldsa występują w instalacjach hydraulicznych oraz urządzeniach przepływowych, czego przykładem mogą być przepływy w instalacjach wodociagowych i ciepłowniczych, gdzie liczba Reynoldsa sięga wartości rzędu od kilkudziesięciu do kilkuset tysięcy [9]. Zakres pomiarowy obejmował zatem strefę przepływów przejściowych i turbulentnych w rurach hydraulicznie gładkich.

## Interpretacja wyników

Z uogólnionego równania Bernoulliego, napisanego kolejno dla przekrojów 1. i 2. oraz 3. i 4., i po uwzględnieniu równania ciągłości, doświadczalne wartości współczynnika  $\zeta$  (odniesione do prędkości średniej w rurze o średnicy  $d$ , czyli za oporem) wyznaczono z zależności:

$$\zeta = \alpha_D \left( \frac{d}{D} \right)^4 - \alpha_d - \frac{\pi^2 g d^4}{8 q_v^2} (\Delta z_{1,2} - 2 \Delta z_{3,4}) \quad (2)$$

w której:

$\Delta z_{1,2}, \Delta z_{3,4}$  – wskazania manometrów, m

$\alpha_D, \alpha_d$  – współczynniki Coriolisa w przekrojach przed i za zwężeniem, uwzględniające nierównomierność rozkładu prędkości w przekroju poprzecznym rury [1]

Określony w ten sposób współczynnik  $\zeta$  zawiera jedynie straty miejscowe oraz uwzględnia rozkład prędkości, scharakteryzowany współczynnikami Coriolisa, w przekroju poprzecznym strugi zarówno przed ( $\alpha_D$ ), jak i za zwężeniem ( $\alpha_d$ ). Wyznaczenie współczynników  $\alpha_d$  i  $\alpha_D$ , które zależą od liczby Reynoldsa, opiera się na różnych założeniach przedstawionych w literaturze [1,5,6] i normach [7,10]. Podczas przepływu turbulentnego najczęściej spotyka się założenie równomiernego rozkładu prędkości w obu przekrojach zapisane w postaci:

$$\alpha_D = \alpha_d = 1 \quad (3)$$

które jest wystarczająco dokładne jedynie w wypadku przepływów już rozwiniętych.

Wyznaczone ze wzoru (2), po przyjęciu założenia (3), wartości współczynnika  $\zeta$  porównano z wartościami współczynnika oporów miejscowych obliczonymi z zależności podawanych w literaturze [1,11,12] w postaci:

$$\zeta = 0,5 \left( 1 - (d/D)^2 \right) \quad (4)$$

## Dyskusja wyników

Na rysunku 2 przedstawiono zależność współczynnika strat miejscowych ( $\zeta$ ) od liczby Reynoldsa ( $Re_d$ ), przy stopniach zwężenia rury zestawionych w tabeli 1.

Na wykresach naniesiono wartości współczynnika  $\zeta$  wyznaczone doświadczalnie (punkty) oraz obliczone (linia ciągła) ze wzoru (4) przy danym stopniu zwężenia. Można zauważyć, że wartości  $\zeta$  otrzymane doświadczalnie były przy wszystkich zwężeniach mniejsze od obliczonych ze wzoru (4), oraz że ustabilizowanie wartości współczynnika  $\zeta$  nastąpiło dopiero powyżej pewnej granicznej wartości liczby Reynoldsa ( $Re_d^{gr}$ ). W wypadku liczb Reynoldsa  $Re_d < Re_d^{gr}$  stwierdzono wzrost wartości  $\zeta$  wraz ze wzrostem liczby Reynoldsa, a jest to obszar przepływów dominujących w instalacjach hydraulicznych. Otrzymane wyniki wykazały, że współczynnik oporu miejscowego wyznaczony z równania (4) był większy o 8+17% w zakresie liczb  $Re_d > Re_d^{gr}$ , tj. w obszarze ustalonej wartości  $\zeta$  (tab. 2).

Tabela 2. Wartości współczynnika oporu miejscowego przy  $Re_d > Re_d^{gr}$

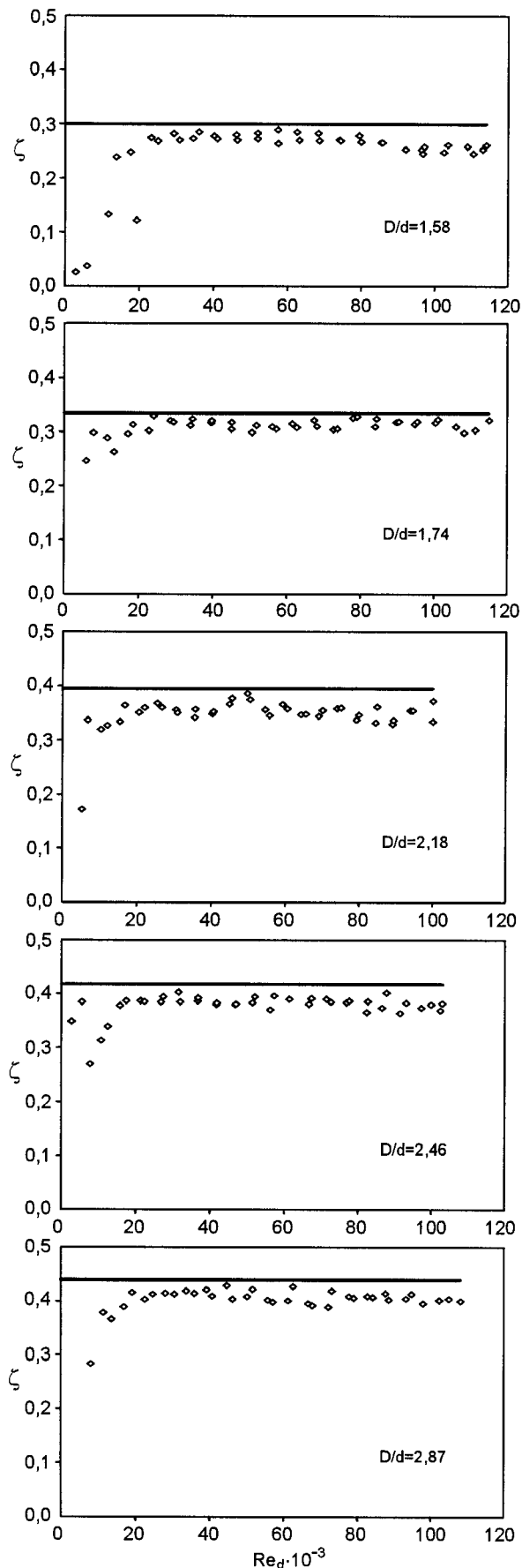
Zwężenie $D/d$	Wartość współczynnika $\zeta$		Zawyżenie wartości $\zeta$ %
	doświadczalna	obliczona wg (4)	
1,58	0,249	0,300	17
1,74	0,279	0,334	16
2,18	0,365	0,395	8
2,46	0,385	0,417	8
2,87	0,389	0,439	11

W zakresie przepływów o liczbach Reynoldsa  $Re_d < Re_d^{gr}$ , zawyżenie przyjmowanych w obliczeniach inżynierskich wartości współczynnika strat miejscowych ( $\zeta$ ) było znacznie większe (przekraczające niekiedy 100%). Zbiorcze zestawienie wyników (rys. 3) umożliwiło wyznaczenie przebiegu krzywej granicznej, wyznaczającej na prawo od niej obszar ustabilizowanej wartości współczynnika  $\zeta$  (braku zależności  $\zeta$  od  $Re_d$ ), a na lewo – obszar wyraźnej zależności  $\zeta$  od  $Re_d$ . Jak widać, wartość  $Re_d^{gr}$  zależała od stopnia zwężenia rury i wynosiła od około  $30 \cdot 10^3$  przy  $D/d=1,58$  (nieznaczne zwężenie) do około  $40 \cdot 10^3$  przy  $D/d=2,87$  (największe zwężenie spośród analizowanych).

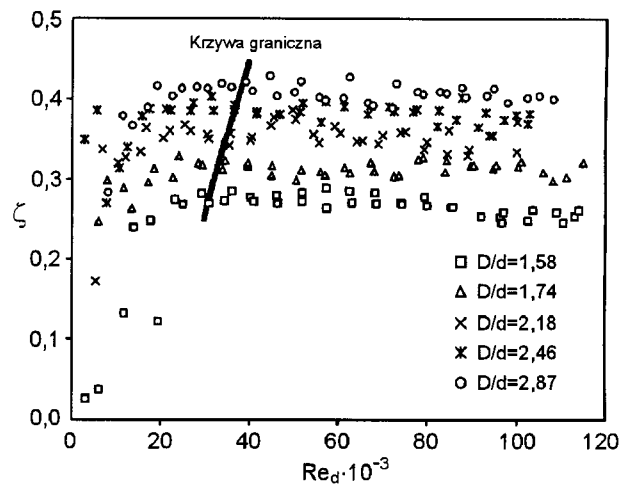
## Wnioski

◆ Przeprowadzone pomiary wykazały celowość dokładnego doświadczalnego wyznaczania rozkładów prędkości przepływu w przekrojach strugi wody przed i za skokową zmianą średnicy rury oraz określenia struktury pola prędkości w sąsiedztwie takiego oporu miejscowego, celem dokładniejszego określenia wartości współczynnika Coriolisa.

◆ Analiza wyników badań doświadczalnych przeprowadzonych w zakresie przepływów wody o liczbach Reynoldsa  $Re_d < 120 \cdot 10^3$  przez nagłe zwężenie rury gładkiej pozwala na stwierdzenie, że współczynnik strat miejscowych ( $\zeta$ ) zależy od liczby Reynoldsa w zakresie  $Re_d < Re_d^{gr}$ , przy czym ( $Re_d^{gr} \in 30 \cdot 10^3 + 40 \cdot 10^3$ ).



Rys. 2. Zależność współczynnika strat miejscowych ( $\zeta$ ) od liczby Reynoldsa ( $Re_d$ ) podczas przepływu przez nagłe zwężenie rury ( $\diamond$  – punkty doświadczalne, linia ciągła – obl. ze wzoru 4)



Rys. 3. Zbiorcze zestawienie zależności współczynnika strat miejscowych ( $\zeta$ ) od liczby Reynoldsa ( $Re_d$ )

◆ Obliczenia wartości współczynnika strat miejscowych wywołanych nagłym zwężeniem rury gładkiej na podstawie powszechnie stosowanej zależności (4) dają wyniki zawyżone o około 8+17%.

◆ Konieczna jest dalsza weryfikacja wartości współczynnika strat miejscowych spowodowanych nagłą zmianą pola przekroju rury, a przede wszystkim doświadczalne wyznaczenie rzeczywistych rozkładów prędkości przepływu w otoczeniu tego oporu miejscowego.

#### LITERATURA

1. K. JEŻOWIECKA-KABSCH, H. SZEWCZYK: *Mechanika płynów*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2001.
2. K. JEŻOWIECKA-KABSCH, H. SZEWCZYK, Z. BECHTOLD, W. WĘDRYCHOWICZ, A. GRIGORIEV: *Wizualizacyjne studium formowania się i ewolucji struktur wirowych w przepływie przez przewężenia*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999.
3. K. JEŻOWIECKA-KABSCH, K. STRZELECKA: *Problemy opisu struktury przepływu wody w przewodach z nagłymi rozszerzeniami i zwężeniami przekroju*. *Ochrona Środowiska*, 2005, nr 1, ss. 23–27.
4. K. JEŻOWIECKA-KABSCH, K. STRZELECKA: *Wpływ nagłego rozszerzenia rury na wartość współczynnika strat miejscowych*. *Ochrona Środowiska*, 2006, nr 2, ss. 53–56.
5. W. J. PROSNAK: *Mechanika płynów*. T. I. PWN, Warszawa 1970.
6. I.E. IDELČIK: *Spravočnik po gidravličeskim soprotivlenijam*. *Mašinostroenie*, Moskwa 1975.
7. PN-EN 1267:1999: *Armatura przemysłowa. Badanie oporu przepływu wodą*.
8. PN-93/M-53950/01: *Pomiar strumienia masy i strumienia objętości płynów za pomocą zwęzek pomiarowych*.
9. J. SOBOTA: *Hydraulika*. T. II. Wydawnictwo Akademii Rolniczej, Wrocław 1994.
10. PN-76/M-34034: *Rurociągi. Zasady obliczeń strat ciśnienia*.
11. C. GRABARCZYK: *Przepływy cieczy w przewodach. Metody obliczeniowe*. *Envirotech*, Poznań 1997.
12. F. WHITE: *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, Boston 2003.

**Wędrychowicz, W., Jeżowiecka-Kabsch K., Grygoriev, A., Strzelecka, K. Dependence of the Resistance Coefficient on the Reynolds Number During Flow through Pipe Sudden Constriction. *Ochrona Środowiska* 2006, Vol. 28. No. 3, pp. 51–54.**

**Abstract:** Hydraulic system design requires the knowledge of the resistance coefficients for the elements being part of the flow system. In specialized literature, the values of the resistance coefficients (generally determined by experiments) are presented in tabular form. In those tables, only one resistance coefficient value is given for the diameter ratio chosen, and hence the assumption that the value is constant over the entire range of the Reynolds number. In the study reported on in this paper, consideration was given to the effect of the Reynolds number  $Re_d \in (10000; 120000)$  and the diameter ratio  $D/d \in (1.58; 2.87)$

on the experimental values of the resistance coefficient. Flow zones where the resistance coefficient values  $\zeta$  depended on the Reynolds number  $Re$  were determined and the relevant limiting curve was plotted. The comparison of experimental and theoretical results has shown that the resistance coefficient values depend on the Reynolds number in the range of  $Re_d < Re_d^{\text{gr}}$  and that the calculated values (obtained in terms of the formula referred to in the literature) are overrated. Further studies are needed not only to verify the response of the resistance coefficient to a sudden change in the cross-sectional area of the pipe but also to determine experimentally the actual velocity distributions in the vicinity of such a sudden change.

**Keywords:** Resistance coefficient, viscous flow, pipe sudden constriction, Reynolds number.