

Wanda Kowalska, Andrzej Prystaj, Artur Wiczysty

Odptyw kolektorem deszczowym przy czasoprzestrzennej zmienności opadu

Podstawy opisu matematycznego

Powierzchnia terenu, z której kolektor kanalizacyjny odprowadza wody deszczowe, nazywana będzie dalej krótko zlewnią tego kolektora. Jeżeli przez J oznaczymy natężenie opadu efektywnego, zaś przez x, y, t odpowiednio współrzędne odległościowe i czas, to natężenie deszczu, które jest zmienne tak w czasie jak i w przestrzeni, może być opisane funkcją:

$$J = J(x, y, t) \quad (1)$$

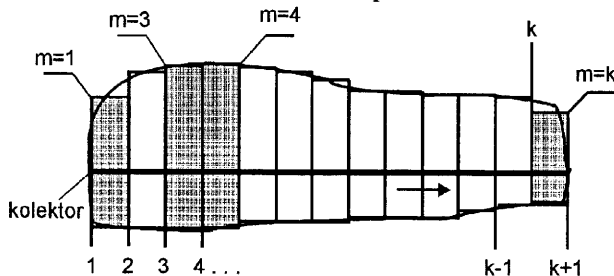
Odptyw kolektorami kształtowany jest między innymi tym, z której części zlewni są one w danej chwili zasilane i w jakiej ilości, a współdecyduje o tym, wraz z innymi czynnikami, także kształt funkcji (1).

Poniżej dokonano próby symulacji działania kolektora deszczowego w warunkach, gdy wzdłuż niego przesuwają się z jednakową prędkością front opadowy, w pierwszym wypadku (A) w kierunku zgodnym ze spadkiem przewodu, a w drugim (B) w kierunku przeciwnym.

Dokładne wyznaczenie przebiegu funkcji (1) jest w praktyce nierealne, można jednak poczynić pewne uproszczenia. Załóżmy, że kolektor kanalizacyjny został podzielony na k odcinków obliczeniowych o jednakowej długości, co na osi przewodu wyznacza $k+1$ przekrojów przechodzących np. przez wpusty uliczne (rys. 1). Uznajmy jednocześnie, że przekroje te dzielą powierzchnię zlewni przylegającej do kolektora na prostokątne pasy terenu (podzlewnie). Po określeniu przebiegu zmian natężenia opadu w czasie, w odniesieniu do każdego takiego pasa, można w miejsce funkcji (1) napisać:

$$J = J(m, t) \quad (2)$$

gdzie $m=1, 2, 3, \dots, k$ oznacza numer podzlewni



Rys. 1. Odcinki obliczeniowe kolektora i podzlewnie

Opad o zmiennym w czasie natężeniu generuje niestacjonarny spływ powierzchniowy, do opisu którego można wykorzystać równanie fali kinematycznej. Nieustalony jest także proces odpływu wód opadowych kolektorem. Założenie, że w przewodzie zachowane są warunki jednowymiarowego ruchu wolnozmiennego o swobodnym zwierciadle, pozwala proces ten opisać układem równań Saint Venanta. Przyjęto następujące oznaczenia:

- S_z – spadek powierzchni terenu w kierunku spływu
- n_z – współczynnik szorstkości zlewni
- H – grubość warstwy wody spływającej terenem
- s – współrzędna odległościowa wzdłuż linii spływu
- h – napełnienie czynnego przekroju kolektora
- A – pole czynnego przekroju kolektora
- Q – natężenie przepływu w kolektorze
- q_b – jednostkowy dopływ wód deszczowych do przewodu
- S_o – spadek kolektora
- S_f – spadek tarcia wg formuły Manninga
- x – współrzędna odległościowa wzdłuż osi przewodu
- g – przyspieszenie ziemskie

Równanie fali kinematycznej, przy uwzględnieniu turbulenta charakteru spływu powierzchniowego, zostało zapisane w następującej postaci:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{5S_z^{1/2} H^{2/3}}{3n_z} \frac{\partial H}{\partial s} - J = 0 \quad (3)$$

zaś układ równań Saint Venanta w formie:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_b \quad (4)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} = gA(S_o - S_f) \quad (5)$$

Do równania (3) dołączono warunek początkowy i brzegowy przyjmując, że w chwili $t=0$ zlewnia jest sucha, a na linii ograniczającej ją od góry spływ nie występuje. Równania (4) i (5) uzupełniają następujące warunki początkowo-brzegowe:

- dla $t=0$ w przewodzie panuje głębokość normalna (dla pewnego symbolicznego wartościowo natężenia przepływu),
- znany jest dopływ do przekroju, który początkuje kolektor,
- wylot przewodu jest swobodny.

Dla określonych parametrów rozważanej m -tej podzlewni oraz zadanego dla niej hydrogramu opadu $J(t)$ rozwiązanie równania (3) i wykorzystanie wzoru Chezy-Manninga określa wartości $q_b(t)$, czyli zasilanie kolektora wodami opadowymi. Po rozwiązaniu w następnym etapie układu równań (4) i (5) otrzymuje się wartości napełnień $h(t)$, natężenia przepływu $Q(t)$ oraz prędkości $v(t)$ w ustalonych uprzednio przekrojach kolektora.

Program komputerowy ALFA

Na potrzeby obliczeń opracowano algorytm numerycznego rozwiązywania podanych równań metodą różnic skończonych. W ostatecznej wersji tego algorytmu uwzględnione zostały także sytuacje, gdy w układzie kanalizacyjnym znajdują się takie obiekty sieciowe, jak np. studzienki rewizyjne, kaskadowe, studzienki na zmianie spadku lub średnicy kolektora, przelewy burzowe, przejścia syfonowe, zbiorniki retencyjne kilku typów itp. W tych wypadkach równania (4) i (5) są odpowiednio zastępowane tzw. wewnętrznymi warunkami brzegowymi [1]. Uogólniając problem podano ponadto matematyczny opis dopływu do kanalizacji różnego rodzaju ścieków. Algorytm ten stanowi podstawę programu komputerowego ALFA, który pozwala symulować działanie systemu odprowadzania ścieków przy różnych zestawach danych.

Program ten zawiera między innymi procedurę takiego automatycznego doboru średnic kolektorów, aby zapewniony był swobodny odpływ ścieków, a także podprogram do obliczania kosztów związanych z realizacją rozważanego układu kanalizacyjnego. Tym samym może on służyć do prowadzenia analiz techniczno-ekonomicznych o szerokim zakresie, stając się dla specjalistów narzędziem nowoczesnym i łatwym w stosowaniu.

Przykład obliczeń

Kolektor odprowadzający wody deszczowe ma długość $L=500$ m i wykonany jest z rur betonowych o średnicy $D=0,30$ m, ułożonych w spadku $S_0=0,001$. Do celów obliczeniowych przewód podzielony został na dziesięć odcinków o jednakowej długości $l=50$ m, wyróżniono zatem jedenaście charakterystycznych przekrojów, zaś pasom zlewni przyległej do kolektora przyporządkowano kolejne numery $m=I, II, III, \dots, X$ (rys.1). W przykładzie tym dane liczbowe mają charakter danych syntetycznych, przyjęto więc, że podzlewnie utworzone są przez prostokątne fragmenty terenu o jednakowej powierzchni po obu stronach kolektora równej 1,25 ha. Fragmenty te charakteryzują się jednokierunkowym spadkiem $S_z=0,005$ w stronę przewodu oraz szorstkością $n_z=0,1$.

Za pole opadu przyjęto powierzchnię poziomego rzutu tej części atmosfery, z której pada deszcz. Założono, że w kierunku prostopadłym do kolektora pole opadu sięga po lewej i po prawej stronie granic zlewni, natomiast jego długość liczona wzdłuż osi przewodu wynosi niezmienne 200 m (cztery odcinki obliczeniowe). Warunki atmosferyczne są takie, że pole opadu przemieszcza się ze stałą prędkością 25 m/min. Przebieg zmian natężenia deszczu w czasie podano w tabeli 1.

Wraz z pierwszymi kroplami deszczu pole opadu zaczyna stopniowo nasuwać się nad powierzchnię zlewni. Rozważono sytuacje, gdy proces ten przebiega w kierunku zgodnym oraz przeciwnym do spadku kolektora, co formułuje dwa przypadki obliczeniowe.

Przypadek (A)

Opad zmieniając intensywność obejmuje kolejno podzlewnie I, II, III, itd., po czym – z uwagi na to, że jego zasięg jest mniejszy od długości kolektora – kolejno je opuszcza. Podana

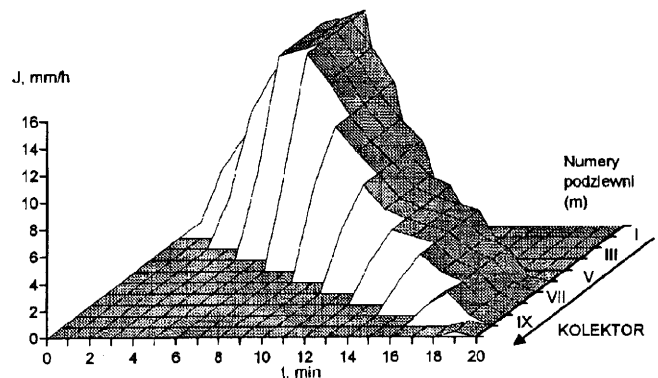
powyżej prędkość przesuwania się deszczu decyduje o tym, że rozkład natężenia opadu na obszarze poszczególnych podzlewni przedstawia się tak, jak pokazano w tabeli 2. Informacje zawarte w tabeli przedstawiono graficznie na rysunku 2.

Tabela 2. Dane do obliczeń wartości funkcji $J(m,t)$

Czas (t) min	Natężenie opadu efektywnego (J , mm/h) na obszarze m -tej podzlewni									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X ¹
	X	XI	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I ²
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	5,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	7,4	3,7	0	0	0	0	0	0	0	0
4	10,0	10,0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	12,8	12,8	6,4	0	0	0	0	0	0	0
6	15,0	15,0	15,0	0	0	0	0	0	0	0
7	15,4	15,4	15,4	7,7	0	0	0	0	0	0
8	16,0	16,0	16,0	16,0	0	0	0	0	0	0
9	7,0	14,0	14,0	14,0	7,0	0	0	0	0	0
10	0	11,5	11,5	11,5	11,5	0	0	0	0	0
11	0	4,8	9,6	9,6	9,6	4,8	0	0	0	0
12	0	0	8,0	8,0	8,0	8,0	0	0	0	0
13	0	0	3,1	6,2	6,2	6,2	3,1	0	0	0
14	0	0	0	5,5	5,5	5,5	5,5	0	0	0
15	0	0	0	2,5	5,0	5,0	5,0	2,5	0	0
16	0	0	0	0	4,5	4,5	4,5	4,5	0	0
17	0	0	0	0	1,6	3,2	3,2	3,2	1,6	0
18	0	0	0	0	0	2,5	2,5	2,5	2,5	0
19	0	0	0	0	0	0,4	0,8	0,8	0,8	0,4
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

¹ Kolejność podzlewni dla przypadku (A)

² Kolejność podzlewni dla przypadku (B)



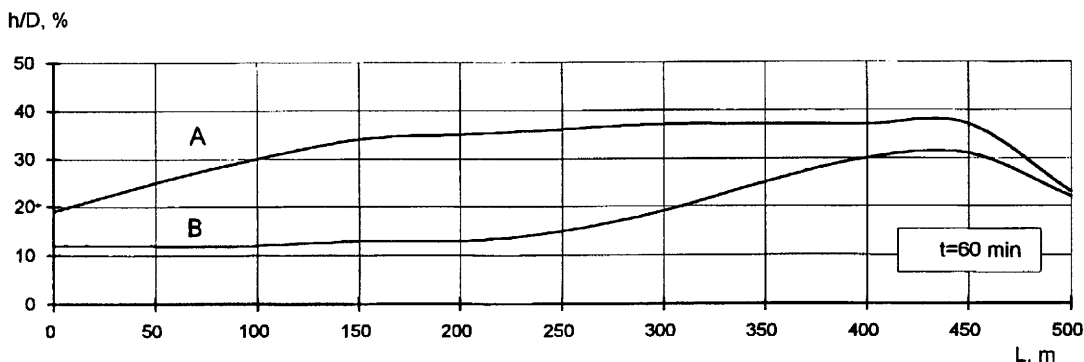
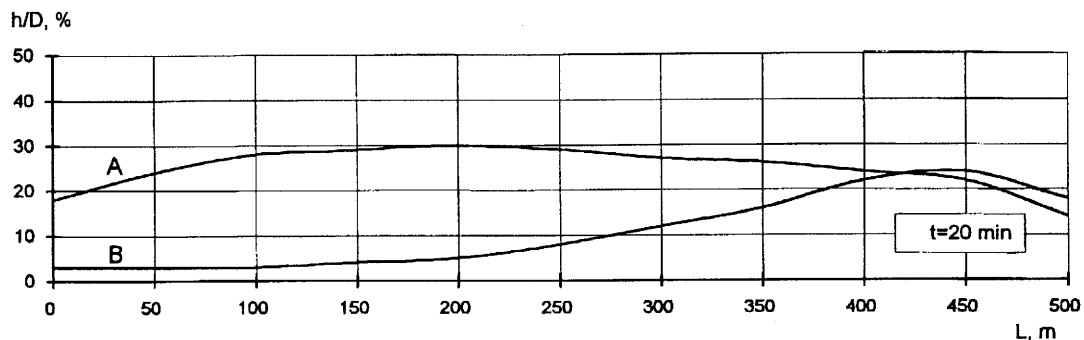
Rys. 2. Kształt funkcji $J(m,t)$ dla przypadku obliczeniowego (A)

Przypadek (B)

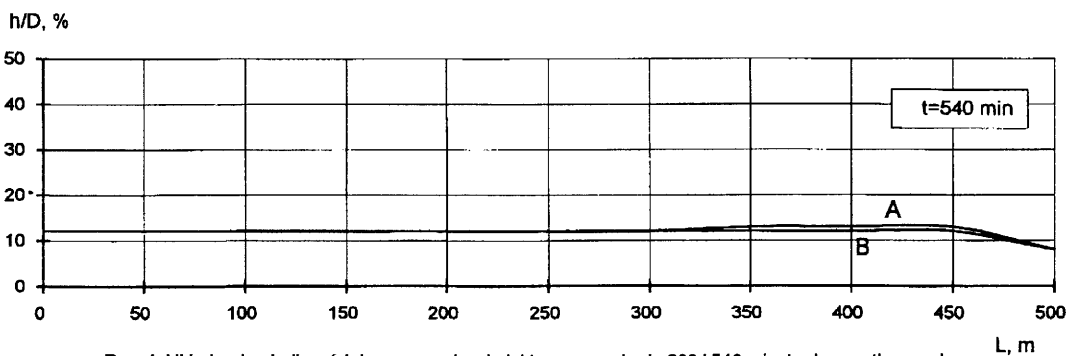
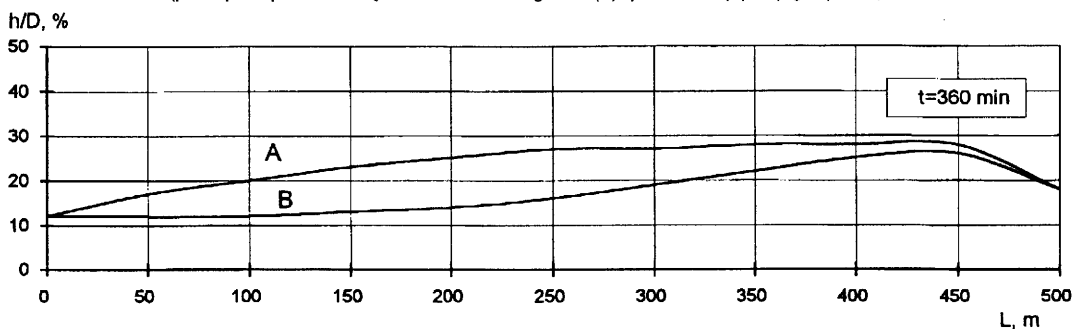
Pole opadu kolejno zajmuje podzlewnie X, IX, VIII, itd., a zatem w tabeli 2 muszą być one uszeregowane odwrotnie, niż w przypadku (A). Otrzymane zestawy wartości funkcji $J(m,t)$ są elementem danych wejściowych do opisanego wcześniej modelu matematycznego, a więc i do programu ALFA. Wykonane tym programem obliczenia doprowadziły do rezultatów, których fragment zilustrowano na rysunkach 3 i 4.

Tabela 1. Dane do obliczeń wartości funkcji $J(t)$

Czas (t), min	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Natężenie opadu (J), mm/h	0,0	2,4	5,0	7,4	10,0	12,8	15,0	15,4	16,0	14,0	11,5	9,6	8,0	6,2	5,5	5,0	4,5	3,2	2,5	0,8	0,0



Rys. 3. Układ zwierciadła wód deszczowych w kolektorze po upływie 20 i 60 minut od początku opadu (pole opadu przesuwają się wzdłuż kolektora zgodnie (A) i przeciwnie (B) do jego spadku)



Rys. 4. Układ zwierciadła wód deszczowych w kolektorze po upływie 360 i 540 minut od początku opadu (pole opadu przesuwają się wzdłuż kolektora zgodnie (A) i przeciwnie (B) do jego spadku)

Widać, że odpływ kolektorem deszczowym przebiega w różny sposób, zależnie od przypadku obliczeniowego. W pierwszym przypadku (A) ścieki opadowe wypełniają przewód stosunkowo równomiernie na całej jego długości, natomiast w drugim przypadku (B) następuje kumulacja fali odpływu na końcowym odcinku kolektora. Jest charakterystyczne, że taki przestrzenny obraz ruchu ścieków cechuje się znaczną stacjonarnością. Dopiero po dłuższym czasie, w końcowej fazie odpływu, zwierciadło ścieków w kolektorze dla obydwu przypadków przyjmuje to samo położenie, wtedy też napełnienia poszczególnych przekrojów przewodu stają się jednakowe.

Opisane w niniejszej pracy efekty, wynikające ze zmienności procesu opad-odpływ w czasie i przestrzeni, mogły być oczekiwane. Należy jednak podkreślić, że użycie programu ALFA daje możliwość ilościowej ich oceny i dokonywania na tej podstawie dalszych dokładnych analiz.

LITERATURA

1. W. KOWALSKA, A. PRYSTAJ: Symulacja niustalonego odpływu wód opadowych systemem kanalizacji deszczowej. Wyd. Politechniki Krakowskiej, Monografia nr 206, Kraków 1996.

Storm Runoff in a Sewer at Rainfall Intensity Varying with Time and Space

Presented are the assumptions for a mathematical model which describes the unsteady flow of surface runoff and the unsteady discharge of storm water from the sewer. Surface runoff is characterized in terms of the kinematic wave equation. Since it has been assumed that the wastewater stream in the sewer follows a gradually varied, one-dimensional, free-surface flow pattern, it is possible to make use of the Saint-Venant equations in their full formulation. The equations of the mathematical model (at appropriately determined initial and boundary conditions) are solved by a finite difference numerical method. The algorithm of the solution has been coded as a computer programme (ALFA), thus making it possible not only to simulate the operation of the sewer system under arbitrary feeding conditions, but also to perform technical and cost-effectiveness

analyses. Considered are two flow patterns in the storm sewer. In pattern (A), rainfall of a time-variable intensity is assumed to move downstream (in the direction of the outflow cross-section) at a constant velocity. In pattern (B), rainwater is assumed to travel upstream at the same velocity. When formulating the numerical example, consideration has been given to the geometry, slope and pipe roughness of the sewer, as well as to relevant parameters of the adjacent catchment area. The distributions of effective rainfall intensity for every part of the catchment is determined for pattern (A) and pattern (B). Computations are performed using the ALFA programme. Some of the results obtained are presented in graphical form to visualize how the storm water level in the cross-sections of the sewer varies with time for the two flow patterns considered.